



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di ingegneria dell'Informazione
Corso di Laurea in Ingegneria dell'Automazione

**Identificazione di modelli termodinamici di edifici da
misure ottenute da una rete di sensori**

Laureando: Mattia Sessolo
Relatore: Prof. Angelo Cenedese

14 Ottobre 2014

Alla mia Famiglia, per tutto quello che mi hanno dato in questo anni...

Indice

Indice	i
Elenco delle figure	ii
1 Modelli termici di edifici	5
1.1 Modello RC	6
1.2 Modello RC applicato ad edificio	7
1.3 Discretizzazione	11
1.4 Ingressi e disturbi	14
2 Stima dei parametri	17
2.1 Problema della stima parametrica	17
2.2 UKF vs EKF	18
2.3 Square-root Unscented Kalman Filter	22
2.4 Esempi	23
3 Algoritmo di identificazione del modello	29
3.1 Un nuovo approccio	29
3.2 Regressione lineare	30
3.3 Symbolic Aggregate approXimation-SAX	35
3.4 Algoritmo di identificazione	42
4 Identificazione scuola Malo	49
4.1 Descrizione ambiente	49
4.2 Dati misurati a disposizione	50
4.3 Parametri delle simulazioni	52
4.4 Identificazione di un modello: Caso 1	54
4.5 Identificazione di un modello: Caso 2	62
5 Conclusioni e sviluppi futuri	67
5.1 Considerazioni sui risultati	67
5.2 Estensione ad un approccio di tipo distribuito	69
5.3 Conclusioni	70
5.4 Sviluppi futuri	71

Elenco delle figure

1.1.1 Esempio di circuito RC equivalente ad un sistema a 2 nodi	6
1.1.2 Andamento della temperatura durante in una finestra temporale di due giorni, in giallo le fasi di riscaldamento acceso	8
1.2.1 Layout di un edifio con 4 stanze.	9
1.2.2 Tipi diversi di modello a seconda della complessità	10
1.2.3 Modello RC equivalente all'esempio 1.2.1 utilizzando il modello 3R2C per le pareti.	12
1.2.4 Sezione di un muro esterno di un edificio	13
1.2.5 Sezione di un muro interno di un edificio	14
2.2.1 Esempio della differenza della stima di $p_y(\cdot)$ nel caso di approssimazione lineare(EKF) o per mezzo della trasformata unscented	21
2.4.1 Evoluzione del sistema simulato rispettivamente con il modello vero e quello con parametri stimati	24
2.4.2 Confronto tra temperature reali(blu) e predette con il modello identifi- cato(rosso)	26
2.4.3 Traiettorie della stima dei parametri	27
3.2.1 Confronto tra andamento reale e predetto nel caso le temperature delle altre zone sono ottenute tramite misure reali o predizione.	34
3.3.1 Normalizzazione su base giornaliera della misura della temperatura di due giorni consecutivi in periodi diversi	37
3.3.2 Normalizzazione su base settimanale della misura di temperatura in due settimane di periodi diversi	37
3.3.3 Normalizzazione basata su una sequenza lunga quattro mesi della mi- sura di temperatura in due settimane di periodi diversi	38
3.3.4 Applicazione della trasformata PAA al segnale originale(primo grafico), con $w = 12$ e $w = 32$ rispettivamente	39
3.3.5 Discretizzazione SAX	41
3.3.6 Esempio di discretizzazione SAX, in questo caso la stringa generata è $\hat{S} = AABCBCCDEEB$	41
3.4.1 Nel primo grafico, un modello che non predice correttamente la tem- peratura, nel secondo, invece si osserva una previsione nettamente mi- gliore; il salto è la reinizializzazione delle condizioni iniziali del sistema	43

3.4.2 Distanza SAX tra due giorni	44
3.4.3 Flowchart dell'algoritmo di identificazione	46
3.4.4 Flowchart dell'algoritmo di predizione	47
4.1.1 Scuola Rigotti vista dall'alto. Il Nord è in alto	50
4.1.2 Pianta scuola Rigotti e posizionamento dei sensori.	51
4.2.1 Confronto delle temperature di una stanza in fine gennaio e a metà marzo	51
4.2.2 Effetto della variazione del carico termico/disturbi.	53
4.4.1 Effetto della variazione del carico termico.	55
4.4.2 Rappresentazione grafica del sistema termico	55
4.4.3 Andamento tipico della temperatura nelle stanze considerate.	56
4.4.4 Andamento tipico della temperatura nelle stanze considerate.	57
4.4.5 Risultato delle simulazioni per rispettivamente 2,3 e 5 reinizializzaioni.	59
4.4.6 simulazione delle vacanze natalizie.	61
4.5.1 Grafo di comunicazione	63
4.5.2 Parte di edificio aggiunta rispetto al caso precedente.	64
4.5.3 Esempio di predizione con andamento non accettabile.	65
4.5.4 Esempio di predizione con andamento non accettabile.	66
4.5.5 Esempio di predizione accettabile.	66
5.1.1 Esempio di disturbo prevedibile.	68

Introduzione

In questo lavoro, si vuole studiare il problema della modellizzazione di un edificio dal punto di vista termodinamico di un edificio a partire da misure effettuate da una rete di sensori.

Motivazioni

L'attenzione che al giorno d'oggi si riserva ai consumi energetici e in particolare, alla loro riduzione è sempre maggiore. Nel report *"think efficiency"* dell' American Physical Society [9], si possono trovare alcune motivazioni e linee guida che dovranno essere applicate da qui ai prossimi 30 anni al fine di ridurre il consumo di energia; nel 2006 infatti, gli oltre 118 milioni di edifici, residenziali e commerciali, degli Stati Uniti sono responsabili del consumo del 40% circa delle risorse energetiche della nazione, di conseguenza, ciò ha un impatto molto significativo sui cambiamenti climatici globali infatti, dato che la maggior parte dell'energia è prodotta in maniera diretta o indiretta da fonti fossili, si stima che il 36% della quantità annuale di CO_2 prodotta dalla nazione è responsabilità dell'energia utilizzata a vari fini all'interno degli edifici. In un edificio, la maggior parte di energia che gli viene fornita è sprecata a causa delle inefficienze introdotte dalle tecnologie costruttive attuali. Per rendersi conto di quanta energia si può riuscire a salvare, si può stimare che da qui al 2030, un risparmio del 70% - 90% si possa ottenere utilizzando solamente tecnologie sempre più efficienti, senza per forza di cose dover ridurre il livello di comfort a cui si è abituati.

Fin qui si è parlato di energia utilizzata in un edificio solo in termini generali, includendo consumi dovuti a riscaldamento, refrigerazione, illuminazione, cucina...etc ma se andiamo ad analizzare i consumi per categoria, si nota che nell'edilizia residenziale e commerciale, i consumi energetici dovuti al riscaldamento e alla refrigerazione sono rispettivamente pari al 45% e 40%; si nota quindi che l'energia utilizzata a tali scopi, incide in maniera elevata sui consumi energetici e quindi una sua riduzione comporta, oltre che a risparmi in termini economici, anche a benefici per l'ambiente. Per risparmiare energia in edifici puramente residenziali basta sostanzialmente migliorare l'isolamento di muri e infissi ed impiegare impianti di condizionamento energeticamente efficienti ma, c'è da tenere in conto che spesso tali interventi sono decisamente costosi quindi, anche se l'edificio è ad alta efficienza, può essere conveniente andare ad analizzare come viene utilizzato l'impianto

di condizionamento ed andare quindi ad utilizzarlo in modo più efficiente. Negli edifici commerciali, che solitamente hanno dimensioni nettamente maggiori, miglioramenti decisi si possono ottenere applicando, oltre ai miglioramenti impiegati negli edifici residenziali, anche tecniche di controllo più sofisticate del riscaldamento e della refrigerazione che consentono di ottenere notevoli risparmi senza andare ad intaccare il comfort termico.

Chiaramente, se consideriamo edifici non residenziali, o meglio, con un elevato numero di stanze, si intuisce come un controllo efficiente sul sistema di condizionamento possa portare ad ottenere notevoli risparmi di energia. Classicamente si è controllata la temperatura delle varie stanze per mezzo di controllori PI o PID ottenendo ottimi risultati, ma al giorno d'oggi, grazie ai progressi sia della capacità computazionale degli elaboratori unita con l'avvento di tecniche di controllo raffinate, si possono ottenere numerosi vantaggi rispetto a tecniche di controllo "classiche". Due lavori che vanno in questa direzione sono [3] e [6].

Nel primo, è mostrato un metodo basato sulla riduzione del modello termico (di tipo RC, che verrà spiegato nel capitolo successivo) dell'edificio in modo da poter rendere trattabile un problema che altrimenti avrebbe una complessità particolarmente elevata a causa del grande numero di stati che compone il sistema e, in seguito, si applica un controllo di tipo *Model Predictive Control* al sistema ridotto che si è ottenuto, in questo modo, dalle simulazioni svolte si riesce ad ottenere un risparmio del 27% circa dei costi settimanali impiegati per il riscaldamento. Nel secondo, si applica un approccio di tipo *Mean Field Control* ad un modello sempre tipo RC, ottenendo come risultato un 25% di energia consumata in meno rispetto ad un semplice controllore PI. Si deduce quindi che questa strada, cioè utilizzare tecniche di controllo sofisticate, è una buona strada per ottenere efficienza energetica.

La morale è che l'utilizzo di tecniche di controllo della temperatura in un edificio comporta l'ottenere risparmi energetici elevati, sorge, a questo punto spontanea la domanda di come costruire un modello per l'edificio, in quanto, da come è noto, a tutte le tecniche di controllo serve conoscere il modello del processo da controllare; tralasciando per il momento la tipologia del modello, che verrà ampiamente trattata nel seguito di questo lavoro, ci si sofferma sui metodi per ottenerlo questo modello, che sono sostanzialmente due:

- La prima soluzione è quella utilizzata in tutte le nuove costruzioni, che almeno in teoria, sono state costruite secondo principi di efficienza energetica, ciò impone che devono essere completamente conosciuti tutti i valori di alcuni parametri come ad esempio spessore delle mura, tipi di isolamento impiegati e dimensione delle stanze. Con tali parametri noti, si può ottenere un modello molto fedele utilizzando software di modellizzazione e simulazione come *EnergyPlus*, quindi si riesce a risolvere il problema di ottenere un modello termico solamente mediante l'utilizzo di un software e partendo dalle caratteristiche di progetto dell'edificio¹. L'altro lato della medaglia è che con

¹In ogni caso, se non si dispone dei dati in formato adatto a Energyplus, inserire i dati nel software può essere anche in questo caso oneroso.

EnergyPlus è possibile solo modellare la parte "statica" del modello cioè quella parte che non tiene conto del *man in the loop* ovvero della presenza dell'uomo che influenza il sistema, in maniera decisamente più forte nel caso di edifici di grandi dimensioni.

- Se invece, come di frequente, non si posseggono informazioni sugli edifici, come nel caso di edifici non proprio recenti tipo edifici pubblici, scuole , auditorium... cioè edifici che hanno in comune il fatto di possedere dimensioni generose e quindi ingenti costi per il riscaldamento, dato che non si conoscono le loro caratteristiche costruttive; si dovrebbe, per poter avere un modello, andare ad analizzare la composizione di tutte le pareti e poi, per mezzo di un qualche software, ottenere il modello. Questo non è un approccio che è possibile applicare in un mondo reale in quanto è decisamente lungo in termini di tempo e costoso.

Quindi, dato che il primo caso non rappresenta un problema, è necessario concentrare gli sforzi sulla creazione di modelli termodinamici di edifici che non consentono di costruirlo a partire dalle informazioni di progetto; a tal fine quindi in questo lavoro ci si concentrerà nell'utilizzare una rete di sensori, ovvero un insieme di sensori di temperatura piazzati nelle varie stanze di un edificio, al fine di poter, a partire dalle misure di temperatura, ricostruire un modello termico per poter applicare qualche tecnica di controllo su di esso oppure più semplicemente per poter prevedere l'andamento della temperatura all'interno dell'edificio nell'arco di una giornata. Questo è un approccio che in letteratura è già stato applicato, si veda ad esempio [8] e [1], ma solo su modelli di cui o si possedevano informazioni a priori, oppure utilizzando dati simulati ottenuti da *EnergyPlus* dove non venivano considerati i numerosi disturbi che sono presenti in un sistema termodinamico di un edificio. In questo lavoro, andremo ad applicare un qualche algoritmo di identificazione ai dati ottenuti per mezzo di una rete di sensori al fine da ottenere un modello termico per un edificio; modello termico che, a differenza di un modello in *EnergyPlus* permette di tenere conto del *man in the loop*.

In seguito viene spiegato brevemente la struttura di questa tesi:

- Nel **capitolo 1** viene mostrato il modello termico di tipo RC, chiamato così a causa della sua analogia con una rete di resistenze e condensatori, al fine di determinare una struttura per un modello termico per un edificio da identificare.
- Nel **capitolo 2** invece si applica il metodo descritto in [8] per identificare un modello utilizzando il filtro di Kalman Unscented, in particolare si mostrerà che tale approccio non è soddisfacente al fine prefissato.
- Successivamente, nel **capitolo 3**, si mostrerà un algoritmo ideato al fine di costruire un modello termodinamico per un edificio consistente in un cambio netto di strategia rispetto al filtro di Kalman Unscented, dove si creeranno

più modelli, al fine di adattarsi meglio alle condizioni specifiche del giorno considerato, in particolare, per consentire di mitigare l'effetto dei disturbi.

- Negli ultimi due capitoli, si mostreranno le simulazioni dell'algoritmo applicato ad un caso reale, cioè una scuola, ed in seguito si discuteranno alcune considerazioni sui risultati ottenuti.



Modelli termici di edifici

In questo capitolo si vuole descrivere dal punto di vista generale un semplice modello, basato sull'analogia tra un sistema termico e un sistema elettrico per descrivere l'andamento della temperatura in un ambiente. Inoltre verrà trattata un'estensione al caso reale in cui sono presenti ingressi e fattori di disturbo.

Indice

1.1	Modello RC	6
1.2	Modello RC applicato ad edificio	7
1.3	Discretizzazione	11
1.4	Ingressi e disturbi	14

L'evoluzione della temperatura rappresenta l'aspetto più importante della dinamica complessiva di un edificio ma tuttavia è anche molto complicata da descrivere; La variazione di temperatura in una stanza infatti è influenzata fortemente dai vari flussi di calore dovuti all'interazione tra le varie stanze (nonché l'ambiente esterno), inoltre tali interazioni si possono verificare sostanzialmente per mezzo di scambi d'aria tra due stanze (convezione) oppure per conduzione attraverso le pareti. Per il momento, vengono trascurati gli apporti dovuti a fonti di calore esterne e alla variazione del carico termico. Quel modello che verrà qui descritto sarà il modello che successivamente verrà utilizzato per lo scopo di questa tesi, cioè l'identificazione dei parametri che lo compongono.



Figura 1.1.1: Esempio di circuito RC equivalente ad un sistema a 2 nodi

1.1 Modello RC

In letteratura si trovano diversi tipi di modelli per descrivere l'andamento della temperatura in un edificio; essi differiscono tra di loro per la loro complessità e per il numero di parametri che tengono in considerazione. In questo lavoro si è scelto di utilizzare il cosiddetto modello RC, un modello semplice che viene chiamato in questo modo in quanto è basato sulla modellizzazione degli scambi termici tramite un sistema lineare che sfrutta l'analogia tra una rete elettrica di resistenze e condensatori e un modello termico. Si consideri, per il momento, un sistema formato da due nodi; dalla fisica si ha che la variazione di temperatura tra due nodi a temperatura rispettivamente T_1 e T_2 è descritta dall'equazione differenziale:

$$C_1 \frac{dT_1(t)}{dt} = q_{1,2}(t) \quad (1.1)$$

dove la quantità C_1 rappresenta la *capacità termica* del nodo 1 mentre $q_{1,2}(t)$ è la quantità di calore che viene scambiata tra il nodo 1 e 2 la quale è proporzionale alla differenza di temperatura tra i due nodi:

$$q_{1,2}(t) = \frac{T_1(t) - T_2(t)}{R_{1,2}} \quad (1.2)$$

con $R_{1,2}$ che rappresenta la resistenza termica tra i due nodi¹. Osservando l'equazione 1.1, si osserva l'analogia esistente tra tale equazione e l'equazione differenziale che descrive la tensione ai capi di un condensatore, infatti in quest'ultima:

- la capacità termica è sostituita dalla capacità di un condensatore;
- la resistenza termica è sostituita da una resistenza (elettrica);
- infine, la temperatura ad un nodo è sostituita dalla tensione su tale nodo.

Quindi, combinando 1.1 e 1.2 si può ottenere l'equazione che regola lo scambio termico tra due nodi, la quale si può estendere al caso multinodale.

Un sistema termico formato da più nodi, può essere formalizzato definendo innanzitutto un grafo non orientato $\mathcal{G} = \{ \mathcal{N}, \mathcal{E}, \mathcal{W} \}$ dove agli N nodi $i \in \mathcal{N}$ sono associate le temperature $T_1(t), T_2(t), \dots, T_N(t)$ e le capacità C_1, C_2, \dots, C_N ; gli archi

¹Ovviamente: $R_{i,j} = R_{j,i} \quad \forall i, j = 1, \dots, N$

$\mathcal{E} \subset NxN$ connettono due nodi adiacenti e i pesi \mathcal{W} sono pari a 0, $se(i, j) \notin \mathcal{E}$ oppure a $R_{i,j} = R_{j,i}$, $se(i, j) \in \mathcal{E}$. Vale la pena introdurre, per semplicità di notazione, l'insieme \mathcal{N}_i cioè l'insieme che contiene tutti i nodi incidenti sul nodo i , cioè per cui $(i, j) \in \mathcal{E}$.

La variazione di temperatura del nodo i -esimo, dovuta alla presenza degli altri nodi è:

$$C_i \frac{dT_i(t)}{dt} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} q_{i,j} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{T_i(t) - T_j(t)}{R_{i,j}} \quad (1.3)$$

L'equazione 1.3 si può riscrivere nel seguente modo:

$$\frac{dT_1(t)}{dt} = -\frac{1}{C_1} \sum_{j \in \mathcal{N}_1} \frac{1}{R_{1,i}} T_1(t) + \frac{1}{C_1} \sum_{j \in \mathcal{N}_1} \frac{1}{R_{1,i}} T_i(t) \quad (1.4)$$

e reiterando questo calcolo per tutti gli N nodi del grafo, si ottiene il seguente sistema in forma di stato nel vettore $\mathbf{T}(t) = [T_1, T_2, \dots, T_N] \in \mathbb{R}^N$

$$\frac{d\mathbf{T}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{T}(t), \quad \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{NxN}, \quad (1.5)$$

dove gli elementi della matrice \mathbf{A} sono pari a:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0 & se \ j \notin \mathcal{N}_i \\ \frac{1}{R_{i,j}C_i} & se \ j \in \mathcal{N}_i \\ -\frac{1}{C_1} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{1}{R_{1,i}} T_1(t) & se \ i = j \end{cases} \quad (1.6)$$

Una conferma, a livello intuitivo, che il modello RC è a tutti gli effetti un buon modello per descrivere la dinamica termica di un edificio si può avere osservando la seguente figura che rappresenta l'andamento della temperatura in una stanza in un periodo temporale di due giorni: Si nota immediatamente che l'andamento globale, trascurando quindi eventuali piccole variazioni dovute probabilmente a brevi variazioni di carico termico o errori di misura, è l'andamento tipico di un sistema RC o, per essere precisi ad un sistema del primo ordine in cui è presente un ingresso².

1.2 Modello RC applicato ad edificio

Nella sezione precedente, è stato descritto un modello utile a modellare la variazione di temperatura di un insieme di nodi dovuta agli scambi termici che avvengono tra di loro. Tale modello, che fino a questo punto è stato mostrato in un ambiente teorico, cioè un insieme di punti, deve essere ora applicato ad un edificio, che per il momento si assume essere senza sorgenti di calore (riscaldamento) e con un carico termico costante; questo in pratica è dovuto a movimenti di persone o, in generale, a presenza di fonti di calore che devono essere controbilanciate dall'impianto

²La presenza di ingressi e disturbi verrà trattata nelle sezioni successive

di condizionamento e verranno prese in considerazione nelle sezioni successive. In questa sezione si vuole quindi mostrare per completezza, ma senza la pretesa di essere esaustivi, come si può adattare un modello termico RC ad un edificio con tutte le complicazioni del caso. Si premette subito che il modello che risulterà sarà un modello che avrà una dimensione particolarmente elevata, anche per una costruzione di dimensioni molto piccole.

Si consideri quindi il seguente layout di un edificio: si tratta di una costruzione molto semplice nella quale però si possono notare le problematiche che si incontrano nel modellare un sistema reale. Da un rapido sguardo su questo layout si possono già fissare le seguenti considerazioni:

- ci sono quattro stanze adiacenti;
- c'è la presenza di un ambiente esterno che inevitabilmente andrà ad influenzare l'andamento della temperatura all'interno dell'edificio;
- i muri, che non comprendono solo le pareti divisorie, ma anche il soffitto e pavimento non sono trascurabili al fine di avere un modello che descriva ottimamente il sistema;
- nelle stanze c'è la presenza di porte e finestre, le quali avranno ovviamente caratteristiche di conduzione e capacità termica molto diverse da un muro;

Ovviamente, tutte queste complicazioni aggiuntive dovranno essere modellate in termini di una rete RC, in modo che il modello complessivo dell'intero sistema sia a

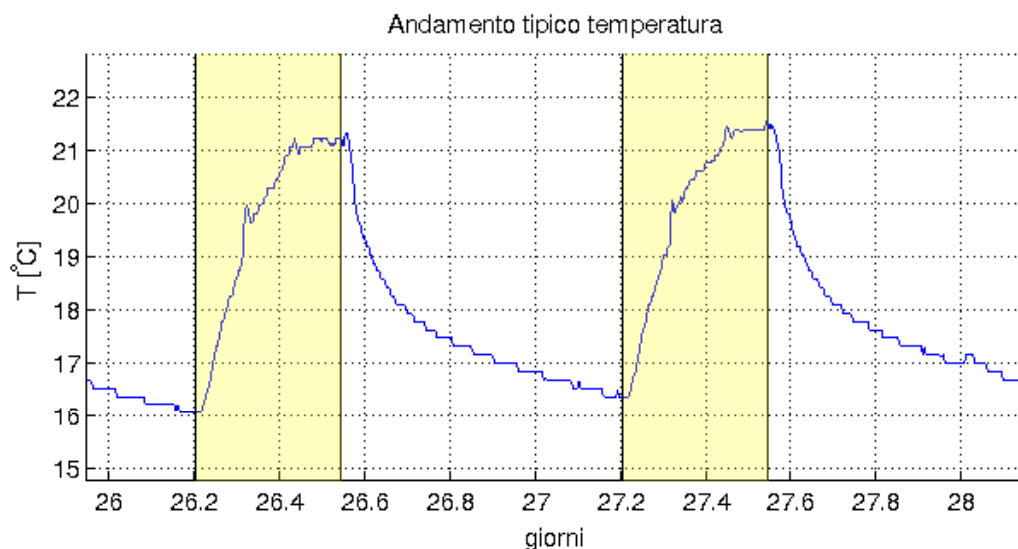


Figura 1.1.2: Andamento della temperatura durante in una finestra temporale di due giorni, in giallo le fasi di riscaldamento acceso

sua volta dato dall'interconnessione di diverse reti. Si comincia con l'analizzare le componenti più semplici da modellare:

- gli ambienti interni (uffici, corridoi...) si modellano semplicemente come un condensatore la cui capacità rappresenta la capacità termica di tale stanza. Si avrà quindi che un vano con una capacità elevata avrà un'inerzia termica³ maggiore e viceversa.
- Per quanto riguarda l'ambiente esterno, si ha che la sua temperatura influenza fortemente la dinamica termica di un edificio; ciò si verifica, ed è facilmente osservabile nella vita di tutti i giorni, in maniera molto evidente quando sono presenti temperature esterne molto rigide o particolarmente elevate. Viene quindi abbastanza logico vedere anche l'ambiente esterno a sua volta come una capacità; tale capacità dovrà ovviamente avere un valore molto elevato⁴, teoricamente infinito. Tale ipotesi è una assunzione che a prima vista può sembrare particolarmente forte, ma in realtà è facilmente verificabile dal fatto che mentre la temperatura esterna riesce ad influenzare la temperatura interna, il viceversa non si verifica, infatti, un edificio, per quanto calore possa scambiare con l'esterno, non riesce mai ad influenzare in modo apprezzabile la temperatura esterna.
- Da un punto di vista dello scambio termico tra due ambienti si ha che porte e finestre rappresentano dei punti dove tale scambio avviene attraverso una sezione di muro dove che si osserva avere una conducibilità termica per unità di

³Per inerzia termica si intende la capacità di un materiale o di una struttura di variare più o meno lentamente la propria temperatura come risposta a variazioni di temperatura esterna o ad una sorgente di calore/raffreddamento interna.

⁴Solitamente si assumono valori del tipo $C_{ext} \approx 10^{10}$, si veda ad esempio [3].

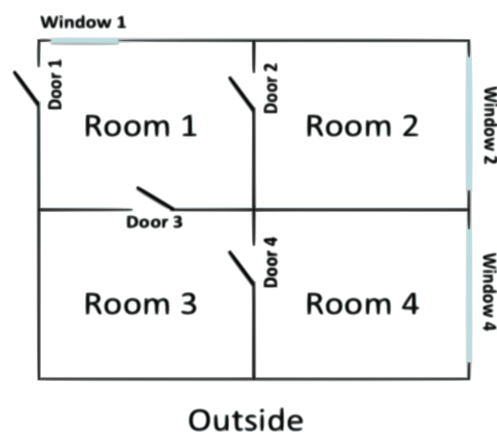


Figura 1.2.1: Layout di un edificio con 4 stanze.

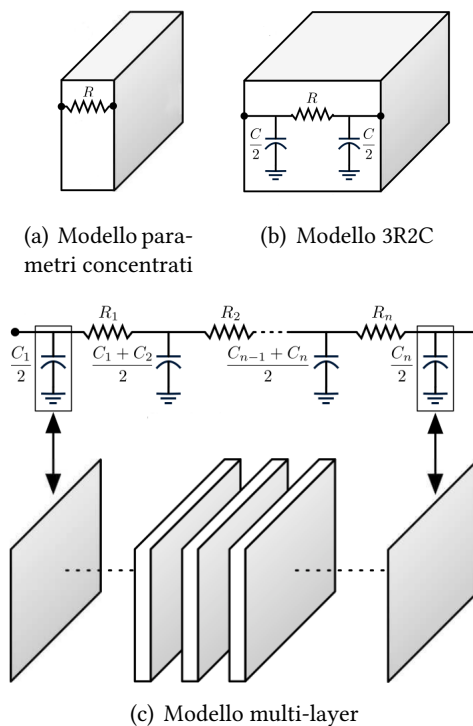


Figura 1.2.2: Tipi diversi di modello a seconda della complessità

superficie ⁵ che è solitamente almeno un ordine di grandezza minore rispetto a quella dei muri circostanti; un esempio limite si può avere se si considera una stanza con una finestra aperta, la quale fornisce quindi una resistenza molto piccola rispetto ai muri. Tale effetto può essere modellato tramite una resistenza tra due ambienti che sono tra loro in comunicazione.

Infine si vuole mostrare come sia possibile descrivere in termini di una rete RC una parete di una costruzione. Nelle figure 1.2.4 e 1.2.5 sono raffigurate le sezioni, rispettivamente di una parete perimetrale e una parete interna di un edificio moderno, in questo caso con pareti in legno, ma, non differisce di molto da una in muratura; da come si evince, una parete quindi non è formata da un unico strato, ma un insieme di strati con caratteristiche di capacità e conducibilità completamente diverse tra di loro ad esempio la conducibilità tra isolanti e muratura. Ci sono sostanzialmente tre modi per descrivere una parete:

1. Il primo è il modo più complesso ma, allo stesso tempo più fedele alla realtà; tale metodo consiste nel modellare ogni singolo strato che compone il muro per mezzo di un insieme di capacità, una per ogni strato, connesse per mezzo

⁵l'inversa della resistenza termica

di una resistenza, pari al valore della resistenza termica del materiale, alle capacità adiacenti (si veda la figura 1.2.2(c) per un immediata comprensione). Questa soluzione, da come si può intuire è la migliore dal punto di vista di fedeltà al modello vero però ha il difetto di dover conoscere in maniera molto precisa i parametri dei vari strati che compongono la parete, infatti viene usata esclusivamente in simulazioni software in fase di progettazione dell'edificio.

2. Il secondo modello, chiamato modello 3R2C (figura 1.2.2(b)) è quello più usato in tutti i lavori che trattano di modelli termici di edifici in quanto consente di "catturare" quasi tutti i modi del modello multi-layer, ma con un modello di dimensioni minori (due stati contro quanti sono gli strati che compongono la parete); esso consiste nel modellare la parete come due capacità interconnesse da una resistenza: in questo modo, la parete viene "divisa" in due parti, una per ogni lato, che a loro volta sono collegate alle capacità che rappresentano la temperatura nei vari ambienti.
3. Infine, il terzo (figura 1.2.2(a)) è tra i tre quello più semplice in quanto modella una parete come una resistenza, senza associare ad essa una capacità. Questo sta a significare che, dal punto di vista del modello complessivo di un edificio, una parete non accumula calore, e quindi ha capacità termica nulla, e quindi, l'unico suo effetto è quello di rallentare il flusso di calore da un ambiente ad un altro. La bontà di tale modello è chiaramente la peggiore tra i tre presi in esame, ma solitamente consente di approssimare il comportamento di una parete in maniera buona se essa ha spessore non molto elevato e quindi tale soluzione è solitamente usata per i muri interni che spesso hanno spessore e isolamenti minori di una parete a contatto con l'esterno. Inoltre, un aspetto da non trascurare è il fatto che con questo modo non si ottengono modelli di dimensioni elevate.

In figura 1.2.3 è raffigurato uno schema elettrico formato da resistenze e condensatori che rappresenta l'esempio riportato in figura 1.2.1 in cui le pareti, compreso soffitto e pavimento, sono modellate utilizzando il modello 3R2C. Il corrispondente modello in forma di stato, del tipo 1.5, ha ben 37 stati il che, tra l'altro, è un numero molto maggiore del numero di stati direttamente osservabili (e di maggior interesse in questo lavoro) del sistema i quali sono la temperatura delle quattro stanze e dalla temperatura esterna.

In questo lavoro verrà utilizzato sempre il modello più semplice cioè quello che descrive una parete per mezzo di una sola resistenza.

1.3 Discretizzazione

Il sistema tipo 1.5 è un sistema che deriva direttamente da equazioni fisiche e quindi è a tempo continuo; chiaramente tale sistema deve essere discretizzato per poter essere utilizzato per effettuare tutte le simulazioni ed elaborazioni che si dovranno

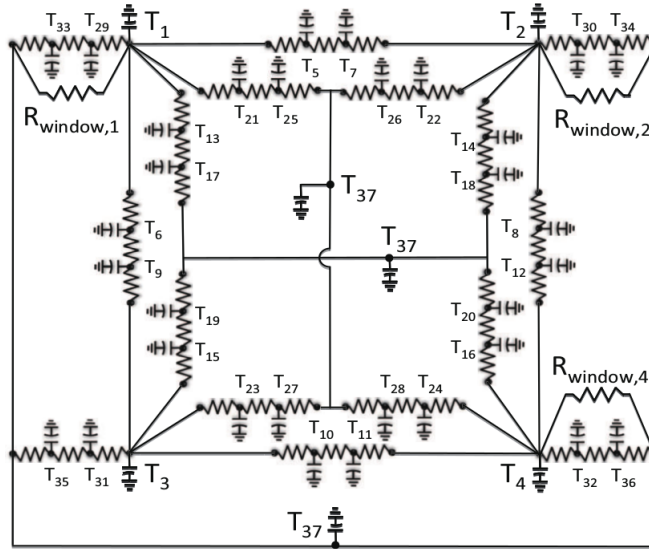


Figura 1.2.3: Modello RC equivalente all'esempio 1.2.1 utilizzando il modello 3R2C per le pareti.

svolgere in questo lavoro, inoltre, i dati che sono raccolti dai sensori sono campionati con un periodo pari a cinque minuti. Il modello discretizzato è un modello del tipo $\mathbf{T}_{t+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{T}_t$ dove la matrice \mathbf{A}_d è computata nel seguente modo, dove \mathbf{T} rappresenta il quanto temporale del sistema discreto:

$$\mathbf{A}_d = e^{AT}$$

La formula precedente però, anche se dal punto di vista teorico è esatta, non è applicabile allo scopo di questo lavoro in quanto, a priori è possibile conoscere solo la struttura di \mathbf{A} e non i valori di cui è composta. Si procede quindi in un altro modo che anche se non è esatto, nelle particolari condizioni di questo problema porta ad avere buoni risultati: si approssima quindi \mathbf{A}_d nel seguente modo:

$$\mathbf{A}_d = \mathbf{I} + \mathbf{A}T. \quad (1.7)$$

Questa approssimazione al primo ordine dell'esponenziale e^{AT} è valida se, come in questo caso, il periodo di campionamento T è sufficientemente minore della costante di tempo dominante del sistema. Dato che, la costante di tempo dominante, in letteratura risulta essere di circa 20-30 minuti, un campionamento a 5 minuti risulta essere un tempo che rende abbastanza buona tale approssimazione. In questo caso, a differenza della discretizzazione esatta, è nota anche la struttura della matrice \mathbf{A}_d che dovrà essere identificata, infatti, tale matrice risulterà avere come elementi i

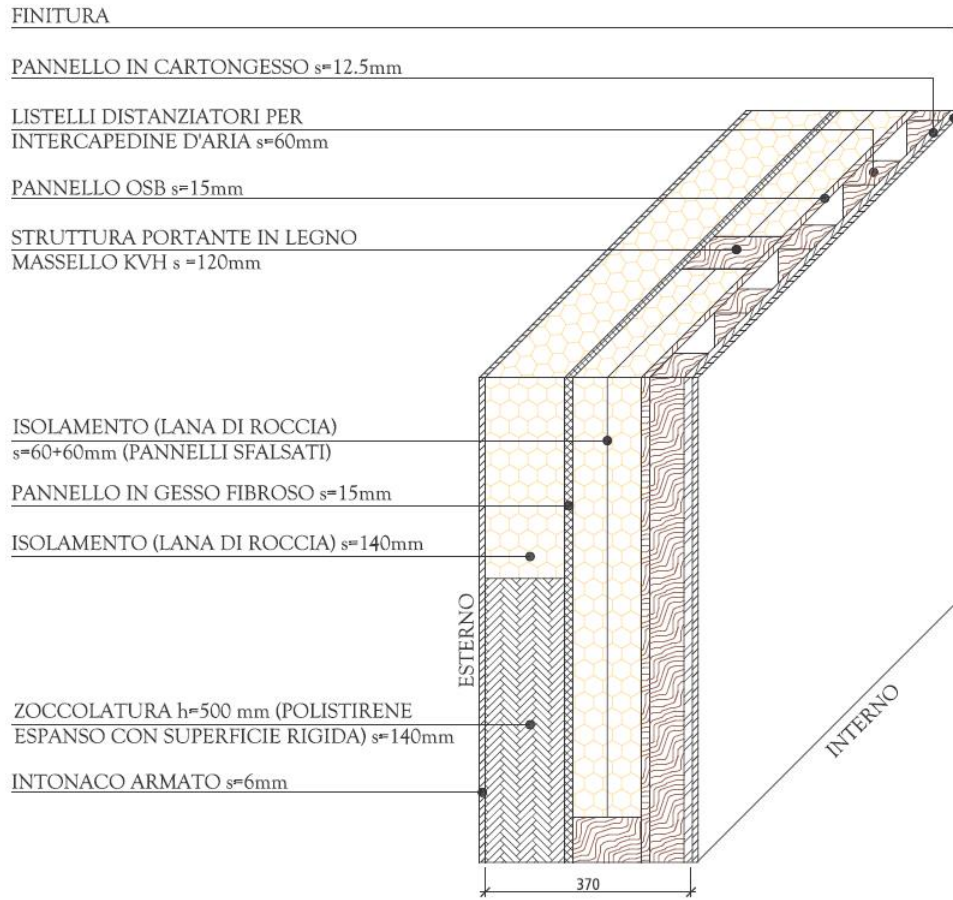


Figura 1.2.4: Sezione di un muro esterno di un edificio

seguenti valori:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{se } (i,j) \notin \mathcal{E} \\ \frac{T}{R_{i,j}C_i} & \text{se } (i,j) \in \mathcal{E} \\ 1 - \frac{T}{C_1} \sum_{(1,i) \in \mathcal{E}}^N \frac{1}{R_{1,i}} & \text{se } i = j \end{cases} . \quad (1.8)$$

Di conseguenza la struttura della matrice risulta completamente nota e quindi si presta ad una identificazione di tipo *grey box*, cioè un tipo di identificazione dove è nota la struttura del modello.

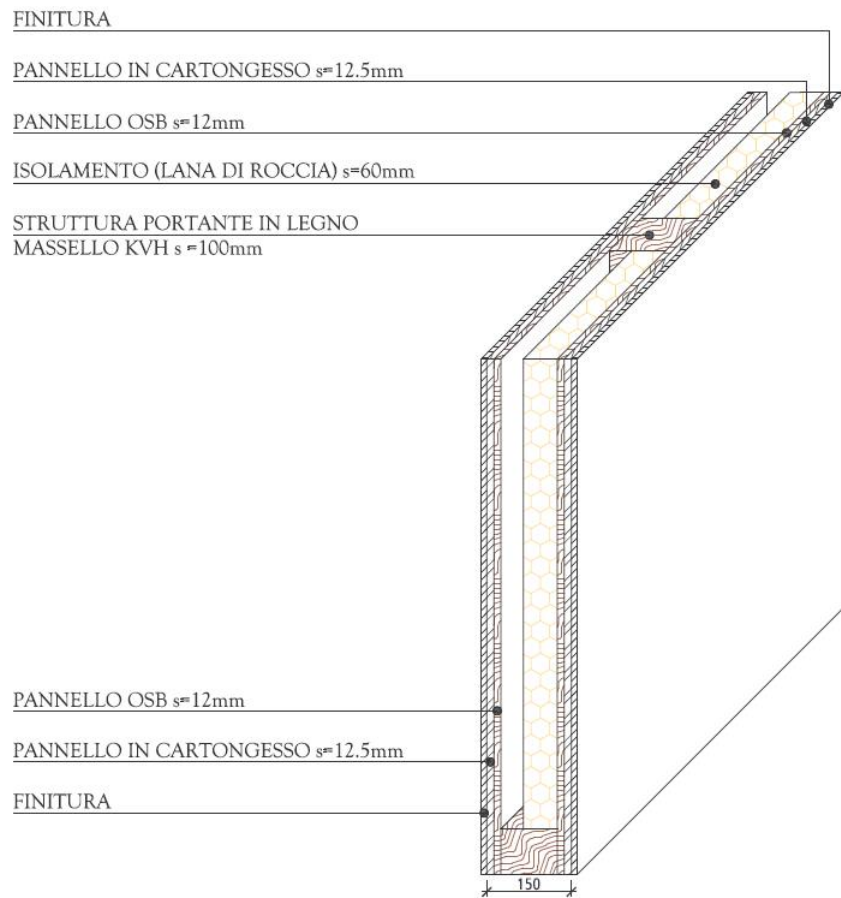


Figura 1.2.5: Sezione di un muro interno di un edificio

1.4 Ingressi e disturbi

Fino a questo momento, non sono stati considerati due componenti fondamentali per l'analisi della dinamica di un edificio, ovvero la presenza di ingressi al sistema e di disturbi. Per quanto riguarda gli ingressi, considerando il modello elettrico, si modellano come un generatore di corrente ideale posto al nodo di un condensatore; dal punto di vista termico, ciò rappresenta un flusso di calore che fa aumentare la temperatura di una capacità termica. Dal punto di vista formale, il modello RC visto fino ad ora contiene come stato anche la temperatura esterna; dal punto di vista logico però è possibile vedere tale fattore come un ingresso esterno al sistema in quanto per le considerazioni svolte nelle sezioni precedenti la temperatura esterna non è influenzata dall'edificio.

Ci sono inoltre anche altri fattori che devono essere considerati per costruire un buon modello termico come sono ad esempio variazioni di carico termico, fattore

di occupazione, flusso di persone etc; tutti questi fattori, sono fattori difficilmente prevedibili oltre che complessi da modellare in maniera corretta e quindi vengono visti dal punto di vista del modello che si vuole qui costruire come dei disturbi esterni al sistema. Il modello complessivo, di cui sarà svolta l'identificazione al fine di avere un modello che descriva in maniera ottimale la dinamica dal punto di vista termico di un edificio è il seguente:

$$\mathbf{T}_{t+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{T}_t + \mathbf{B} \mathbf{u}_t, \quad \mathbf{u}_t = \begin{bmatrix} T_{ext} \\ ing_1 \\ \vdots \\ ing_m \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

dove, ing_i rappresenta l'i-esimo ingresso, dovuto ad una fonte di calore interna all'edificio, che agisce sul sistema come ad esempio un termosifone.

Stima dei parametri

In questo capitolo viene mostrato un primo approccio che è stato seguito allo scopo di identificare un modello termico di un edificio; si tratta di una strategia basata sull'utilizzo di un filtro di Kalman Unscented(UKF) per la stima dei parametri di un sistema lineare. Si vuole inoltre spiegare brevemente le motivazioni che hanno portato all'utilizzo di questa tecnica e le motivazioni per cui è stato deciso che tale tecnica, nel nostro caso, non ha permesso di ottenere risultati soddisfacenti.

Indice

2.1	Problema della stima parametrica	17
2.2	UKF vs EKF	18
2.3	Square-root Unscented Kalman Filter	22
2.4	Esempi	23

2.1 Problema della stima parametrica

L'uso di un filtro di Kalman non lineare è ampiamente utilizzato per numerosi problemi di stima quali possono essere, ad esempio, stima dello stato di un sistema non lineare, identificazione dei parametri di un sistema non lineare oppure stima congiunta di parametri e stato del sistema. Nel caso che viene qui preso in esame, viene utilizzato un filtro di Kalman non lineare per identificare i parametri incogniti di un sistema lineare.

Il problema, a livello generale, consiste nello stimare il vettore $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^p$ che parametrizza la mappa non lineare

$$\mathbf{y}_{k+1} = G(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}) \quad (2.1)$$

dove i vettori $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^k$ e $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ rappresentano rispettivamente l'uscita e gli ingressi della mappa 2.1. Quindi, la stima dei parametri consiste nello stimare i parametri tali da rendere minimo l'errore $e_k = \mathbf{y}_k - G(\mathbf{x}_k, \mathbf{w})$. A tale scopo quindi, per poter utilizzare un algoritmo basato su un filtro di Kalman non lineare bisogna rappresentare il sistema in modo da poter includere una qualche dinamica sui parametri w da stimare; a tale scopo viene aggiunto un nuovo stato che porta ad ottenere il seguente sistema non lineare:

$$\begin{cases} \mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_k \\ \mathbf{y}_k = G(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) + \mathbf{e}_k \end{cases} \quad (2.2)$$

dove \mathbf{v}_k è una variabile aleatoria gaussiana con media nulla e varianza \mathbf{P}_v ; sostanzialmente si considerano i parametri da identificare come un processo stazionario pilotato dal rumore di processo \mathbf{v}_k la cui varianza andrà ad influenzare il processo di stima.

D'ora in avanti, poiché il nostro scopo è quello di identificare i parametri di un sistema lineare tipo [sist cap 1], la mappa $G(\cdot, \cdot)$ è un sistema lineare parametrizzato da \mathbf{w} :

$$\begin{cases} \mathbf{T}_{k+1} = A(\mathbf{w}_k)\mathbf{T}_k + B(\mathbf{w}_k)\mathbf{u}_k \\ \mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (2.3)$$

2.2 UKF vs EKF

Storicamente il filtro non lineare più utilizzato per la stima di sistemi non lineari è il filtro di Kalman Esteso (EKF); ultimamente invece si è incominciato ad utilizzare sempre maggiormente il filtro di Kalman Unscented[11] a causa delle approssimazioni non sempre buone che sono introdotte nell' EKF. Andremo ora ad analizzare brevemente i punti deboli del EKF e verrà successivamente mostrato come invece tali non si presentano nel UKF:

Extended Kalman Filter

Si consideri un sistema non lineare dove per semplicità di trattazione è stato tolto l'ingresso:

$$\begin{cases} x_{k+1} = f_k(x_k) + v_k, & v_k \sim \mathcal{N}(\mu_v, Q) \\ y_k = h_k(x_k) + w_k, & w_k \sim \mathcal{N}(\mu_w, R) \end{cases} \quad (2.4)$$

analogamente al filtro di Kalman lineare, l'operazione di aggiornamento della stima a priori è data da:

$$\hat{x}_k = x_k^- + K_k(y_k - \hat{y}_k^-).$$

A sua volta, il guadagno del filtro K_k , dipende dalla covarianza a priori e dalla varianza dell'innovazione le quali, a differenza della stima a priori non vengono calcolate in maniera esatta ma per mezzo di una linearizzazione di $f(\cdot)$ e $h(\cdot)$ al primo

ordine attorno alla miglior stima di x disponibile in quel momento; ad esempio la stima della varianza della predizione dello stato è:

$$P_{k|k-1} = A_{k-1}P_{k|k}A_{k-1}^T + Q$$

dove

$$A_k = \left. \frac{df(x_k, k)}{dx} \right|_{x=\hat{x}_k^-}, \quad C_k = \left. \frac{dh(x_k, k)}{dx} \right|_{x=\hat{x}_k^-}$$

Si intuisce che la distribuzione $p_x(\cdot)$ dello stato x_k viene approssimata da una variabile aleatoria (Gaussiana) la cui varianza viene propagata attraverso una linearizzazione del primo ordine. Questa approssimazione, consente di mantenere gli errori di linearizzazione ad un livello accettabile; si deve però sottolineare che questo algoritmo è vulnerabile a problemi di divergenza, che possono essere dovuti ad una cattiva approssimazione cioè nel caso che le funzioni $f(\cdot)$ e $h(\cdot)$ siano poco approssimabili per mezzo di una linearizzazione al primo ordine, oppure dovuti a una scrittura delle equazioni in una forma non buona.¹

Filtro di Kalman Unscented

Il filtro di Kalman Unscented ha il suo punto di forza nel riuscire a risolvere i problemi di approssimazione che si verificano nel EKF. Tale vantaggio risiede nell'utilizzo della trasformazione unscented, la quale consente di approssimare, in maniera esatta nel caso di processi Gaussiani oppure, in ogni caso, consente di approssimare in modo ottimale almeno al terzo ordine la media e la varianza del processo in uscita da una mappa non lineare. Per poter comprendere meglio questo fatto è necessario innanzitutto spiegare brevemente la trasformazione unscented:

Sia \mathbf{x} una variabile casuale di dimensione N non necessariamente Gaussiana con $\text{ddp}^2 p_x(\cdot)$ avente media μ_x e varianza P_x ; inoltre si definisce una mappa non lineare $\mathbf{y} = F(\mathbf{x})$. Date queste ipotesi, lo scopo sarà quello di determinare la statistica di \mathbf{y} cioè μ_y, P_y rispettivamente media e varianza di $\mathbf{y} = F(\mathbf{x})$: come primo passo si forma la matrice $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{N \times 2N+1}$ che contiene sulle colonne i cosiddetti *sigma points* di \mathbf{x} presi nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_0 &= \mu_x \\ \mathcal{X}_i &= \mu_x + (S_x)_i & i = 1, \dots, N \\ \mathcal{X}_i &= \mu_x - (S_x)_i - N & i = N + 1, \dots, 2N + 1 \end{aligned}$$

dove S_x ³ è un generico fattore(es. Cholesky) della matrice $(N+\lambda)P_x$, e $\lambda = \alpha^2(N+k) - N$ è un fattore di scala⁴. Vengono definiti i pesi che verranno utilizzati nel

¹Si veda [7] per maggiori approfondimenti.

²densità di probabilità

³Con $(S_x)_i$ si intende l'i-esima colonna della matrice S_x

⁴ α solitamente è preso molto piccolo(es. 10^{-3})

calcolo della media e varianza dei sigma points nel seguente modo:

$$\begin{aligned}\mathcal{W}_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{N + \lambda} \\ \mathcal{W}_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{N + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \\ \mathcal{W}_i^{(m)} &= \mathcal{W}_i^{(c)} = \frac{1}{2(N + \lambda)} \quad i = 1, \dots, 2 * N\end{aligned}$$

questi pesi sono presi in modo che la media e varianza dei sigma points sia proprio la media e varianza vere del processo \mathbf{x} . A questo punto si propagano i sigma points attraverso la funzione non lineare: $\mathcal{Y}_i = F(\mathcal{X}_i)$, $i = 1, \dots, 2N + 1$. Infine si calcola la media e covarianza dei sigma points \mathcal{Y}_i :

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_y &= \sum_{i=0}^{2N} \mathcal{W}_i^{(m)} \mathcal{Y}_i \\ \hat{P}_y &= \sum_{i=0}^{2N} \mathcal{W}_i^{(c)} (\mathcal{Y}_i - \mu_y)(\mathcal{Y}_i - \mu_y)^T\end{aligned}$$

A questo punto, si approssima la ddp $p_y(\cdot)$ come una variabile aleatoria normale con media $\hat{\mu}_y$ e varianza \hat{P}_y . E' dimostrato che questa approssimazione è esatta nel caso di processi gaussiani, altrimenti è un approssimazione buona almeno fino al terzo ordine negli altri casi.

Di seguito si riporta l'algoritmo del filtro di Kalman unscented adattato per identificare i parametri di un sistema del tipo 2.2 che per comodità si riporta in seguito:

$$\begin{cases} \mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \mathbf{u}_k := F(\mathbf{w}_k, \mathbf{u}_k) & \mathbf{u}_k \sim \mathcal{N}(\mu_u, P_u) \\ \mathbf{y}_k = G(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) + \mathbf{e}_k := H(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k, \mathbf{e}_k) & \mathbf{e}_k \sim \mathcal{N}(\mu_e, P_e) \end{cases}$$

Si definisce lo stato esteso $\mathbf{x}^a = [\mathbf{w}^T \mathbf{u}^T \mathbf{e}^T]^T$ e di conseguenza i sigma points $\mathcal{X}^a = [(\mathcal{X}^w)^T (\mathcal{X}^u)^T (\mathcal{X}^e)^T]^T$.

Inizializzazione:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{w}}_0 &= E[\mathbf{w}_0] \\ \mathbf{P}_0 &= E[(\mathbf{w}_0 - \hat{\mathbf{w}}_0)(\mathbf{w}_0 - \hat{\mathbf{w}}_0)^T] \\ \hat{\mathbf{x}}_0^a &= E[\mathbf{x}_0^a] = [\hat{\mathbf{w}}_0 \ 0 \ 0] \\ \mathbf{P}_0^a &= E[(\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)(\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 & 0 & 0 \\ 0 & P_u & 0 \\ 0 & 0 & P_e \end{bmatrix}\end{aligned}$$

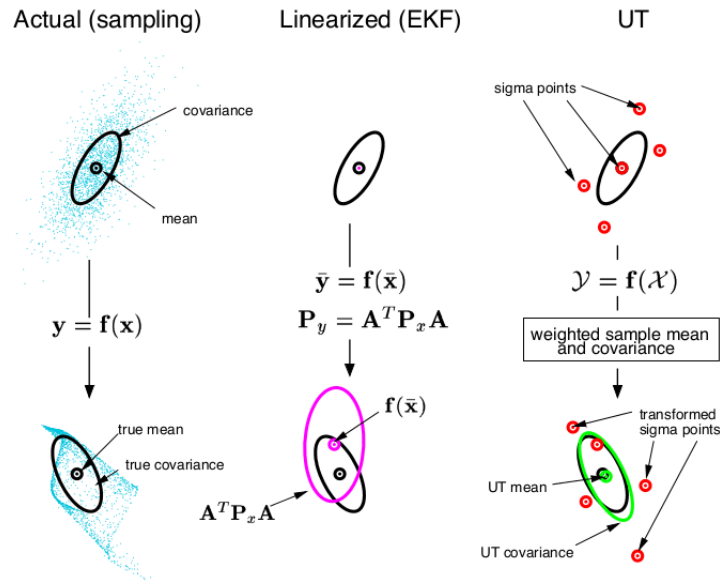


Figura 2.2.1: Esempio della differenza della stima di $p_y(\cdot)$ nel caso di approssimazione lineare(EKF) o per mezzo della trasformata unscented

Algoritmo: for $k = 1, \dots, +\infty$
calcolo sigma points:

$$\mathcal{X}_{k|k-1}^a = [\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a \quad \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a \pm S_{k-1}^a]^5 \quad (2.5)$$

Predizione:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_{k|k-1}^w &= F(\mathcal{X}_{k-1}^w, \mathcal{X}_{k-1}^u) \\ \hat{\mathbf{w}}_k^- &= \sum_{i=0}^{2N} \mathcal{W}_i^{(c)} \mathcal{X}_{i, k|k-1}^w \\ \mathbf{P}_k^- &= \sum_{i=0}^{2N} \mathcal{W}_i^{(c)} (\mathcal{X}_{i, k|k-1}^w - \hat{\mathbf{w}}_k^-)(\mathcal{X}_{i, k|k-1}^w - \hat{\mathbf{w}}_k^-)^T \\ \mathcal{Y}_{k|k-1} &= H \left[\cdot, \hat{\mathbf{w}}_k^-, \mathcal{X}_{k|k-1}^e \right] \\ \hat{\mathbf{y}}_k^- &= \sum_{i=0}^{2N} \mathcal{W}_i^{(c)} \mathcal{Y}_{i, k|k-1} \end{aligned}$$

Aggiornamento:

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k} &= \sum_{i=0}^{2N} \mathcal{W}_i^{(c)} (\mathcal{Y}_{i, k|k-1}^w - \hat{\mathbf{y}}_k^-) (\mathcal{Y}_{i, k|k-1}^w - \hat{\mathbf{y}}_k^-)^T \\
\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{w}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k} &= \sum_{i=0}^{2N} \mathcal{W}_i^{(c)} (\mathcal{X}_{i, k|k-1}^w - \hat{\mathbf{w}}_k^-) (\mathcal{Y}_{i, k|k-1}^w - \hat{\mathbf{y}}_k^-)^T \\
\mathbf{K} &= \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k}^{-1} \\
\hat{\mathbf{w}}_k &= \hat{\mathbf{w}}_k^- + \mathbf{K}(\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k^-) \\
\mathbf{P}_k &= \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{y}}_k \tilde{\mathbf{y}}_k} \mathbf{K}^T
\end{aligned}$$

2.3 Square-root Unscented Kalman Filter

La parte più onerosa, dal punto di vista computazionale, dell'algoritmo del filtro UKF è quella di calcolare i $2N + 1$ sigma points ad ogni iterazione; questo comporta, ad ogni iterazione, il calcolo di una radice \mathbf{S}_k della matrice \mathbf{P}_k il quale può essere svolto in modo efficiente per mezzo di una fattorizzazione di Cholesky. L'implementazione Square-root UKF⁶ consente di eliminare il costo computazionale dovuto al calcolo della fattorizzazione di Cholesky.

Tuttavia, il vantaggio più grande dovuto a questa implementazione è quello di eliminare totalmente i problemi di stabilità numerica che spesso si verificano nell'implementazione del filtro UKF con l'algoritmo precente in presenza di problemi mal condizionati. Tale algoritmo si basa sostanzialmente su tre tecniche di algebra lineare:

- *Decomposizione QR*: La fattorizzazione QR di una matrice $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{NxL}$ è data da $\mathbf{A}^T = \mathbf{Q}\mathbf{R}$ dove $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{NxN}$ è ortogonale e $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{NxL}$ è triangolare superiore. La parte triangolare superiore di \mathbf{R} , $\tilde{\mathbf{R}}$ è la trasposta del fattore di Cholesky di $\mathbf{P} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$ cioè $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{S}^T$. Si definisce la notazione $qr(\mathbf{A})$ per indicare una funzione che restituisce il fattore di Cholesky $\tilde{\mathbf{R}}$.
- *Aggiornamento del fattore di Cholesky*: Con la notazione $\mathbf{S} = cholupdate(\mathbf{S}, \mathbf{u}, \pm v)$ si definisce la funzione che esegue un aggiornamento del fattore di Cholesky \mathbf{S} di $\mathbf{P} \pm \sqrt{v}\mathbf{u}\mathbf{u}^T$; se \mathbf{u} è una matrice, si eseguono una serie di aggiornamenti consecutivi utilizzando ogni colonna di \mathbf{u} .
- *Soluzione efficiente di sistemi lineari*: Nell'algoritmo di un filtro UKF, è necessario calcolare il guadagno del filtro, il quale deriva dalla risoluzione di un

⁶Si veda [10]

⁷Infatti $\mathbf{P} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T = \mathbf{R}^T \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \mathbf{R} = \mathbf{R}^T \mathbf{R}$.

equazione del tipo $\mathbf{S}\mathbf{S}^T \mathbf{x} = \mathbf{S}^T \mathbf{b}$ la quale è soluzione di $\mathbf{S}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ⁸, la quale può essere trovata in maniera efficiente per mezzo della fattorizzazione QR.

2.4 Esempi

In questa sezione si vuole mostrare per mezzo di due esempi l'utilizzo di un filtro UKF per identificare i parametri di un sistema lineare; nel primo, si identifica un modello lineare a partire da dati generati da un modello noto e nel secondo caso, si tenterà di identificare un modello a partire da misure di temperatura reali dove incidentalmente si verificherà che questo approccio non consente di ottenere risultati accettabili.

Esempio 1

Si consideri un modello lineare del tipo $\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{u}(t)$ con tutte le variabili direttamente osservabili; il modello vero è $\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{F}_0\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_0\mathbf{u}(t)$ dove le matrici che lo descrivono hanno i seguenti valori:

$$\mathbf{F}_0 = \begin{bmatrix} 0.4382 & 0.4701 & 0 & 0 \\ 0.4973 & 0.5372 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2225 & 0.0282 \\ 0 & 0 & 0.3051 & 0.9564 \end{bmatrix}; \mathbf{G}_0 = \begin{bmatrix} 0.1567 \\ 0.1718 \\ 0.2300 \\ 0.1542 \end{bmatrix}$$

. L'ingresso $u(t)$ è un onda quadra di valori 0 e 1; questa scelta è tale in quanto è la stessa che successivamente si andrà ad utilizzare nel processo di identificazione del modello termico in quanto serve a rappresentare l'eventuale presenza di fonti di calore. Sia \mathbf{w} il vettore dei parametri da dover stimare, corrispondente a tutti i parametri diversi da zero nelle matrici riportate in precedenza; questa scelta è giustificata dal fatto che, nel seguito di questo lavoro, si è interessati a fare un'identificazione di tipo grey-box cioè si assume di conoscere la struttura del modello ma di non conoscere i valori dei suoi parametri. Il modello che su cui si farà agire il filtro è il seguente:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = F(\mathbf{w}_k)\mathbf{x}_k + G(\mathbf{w}_k)\mathbf{u}_k \\ \mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_k \end{cases}$$

si sottolinea come questo modello è non lineare in quanto i parametri della matrice sono tempo varianti.

Il vettore dei parametri a cui corrispondono le matrici del modello vero è assunto come un vettore aleatorio di media \mathbf{w}_0 e varianza $\mathbf{P}_{w0} = 1I_4$ corrispondente alla varianza del rumore di modello che si assume essere bianco, mentre le matrici riportate in precedenza sono costruite a partire da un campione del vettore aleatorio

⁸In generale si ha che $\mathbf{x} = \mathbf{S}^\dagger \mathbf{b} + (\mathbf{I} - \mathbf{S}^\dagger)^T \mathbf{b}$ dove $\mathbf{S}^\dagger = (\mathbf{S}\mathbf{S}^T)^{-1}\mathbf{S}^T$ è la pseudoinversa di Moore-Penrose di A.

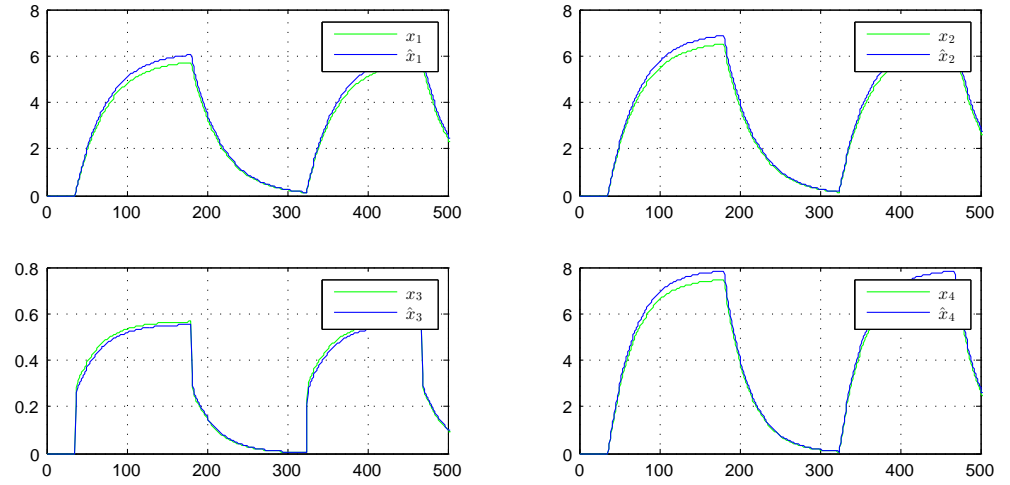


Figura 2.4.1: Evoluzione del sistema simulato rispettivamente con il modello vero e quello con parametri stimati

dei parametri. Applicando il filtro, con stima iniziale dei parametri pari a \mathbf{w}_0 e varianza pari a $\mathbf{P}_w = 100I_4$ ⁹ ai dati generati utilizzando il modello vero si ottengono il seguente modello identificato:

$$\hat{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} 0.4378 & 0.4704 & 0 & 0 \\ 0.4969 & 0.5376 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2174 & 0.0285 \\ 0 & 0 & 0.2593 & 0.9581 \end{bmatrix}; \hat{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} 0.1648 \\ 0.1819 \\ 0.2100 \\ 0.1865 \end{bmatrix}$$

La varianza finale, alla fine del processo di identificazione, dei parametri del modello risulta convergere dal valore iniziale $100I_4$ a $\mathbf{P}_w = 1$ cioè pari alla varianza del rumore di modello. In figura 2.4.1 è riportato il confronto dell'evoluzione del sistema utilizzando il modello vero e quello con parametri identificati: si nota che non ci sono differenze apprezzabili tra le due traiettorie e quindi ciò dimostra che in questo caso, l'uso di un filtro non lineare per la stima dei parametri è una scelta corretta.

subsectionEsempio 2 In questo esempio invece si vuole utilizzare il filtro per identificare un modello termico a partire, a differenza di prima, da misure **reali**. Si anticipa subito che i risultati non saranno per niente soddisfacenti a causa di motivi che verranno discussi in seguito. Si tratta di un esempio che in seguito verrà ripreso

⁹con la notazione I_4 si intende la matrice identità di dimensione 4

e descritto in maniera più completa nei successivi capitoli

Il sistema che si andrà ad utilizzare nel filtro in questo esempio è un sistema lineare del tipo 2.3 dove i parametri da stimare sono gli elementi indicati in seguito con un asterisco all'interno delle matrici seguenti:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} * & * & * & 0 \\ * & * & * & 0 \\ * & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * \end{bmatrix} ; \mathbf{G} = \begin{bmatrix} * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix}$$

6 in totale si tratta di 20 parametri. A differenza dell'esempio precedente, non si posseggono molte informazioni sul valore dei parametri incogniti se non che essi solitamente sono compresi tra 0 e 2; inoltre sono presenti anche i disturbi che, in questo caso, sono non lineari e di difficile previsione. Seguendo l'approccio utilizzato in [8], dato che le condizioni iniziali sono incognite oltre che molto importanti per avere una stima corretta, si utilizza il metodo di Monte Carlo con i valori iniziali dei parametri presi da una variabile aleatoria uniforme $\mathcal{U}(0, 1)$ per quanto riguarda i parametri della matrice \mathbf{A} e per la prima colonna della matrice degli ingressi, mentre per la seconda colonna di tale matrice si assume che i valori siano presi da una variabile aleatoria $\mathcal{U}(0, 2)$ mentre la varianza di questi parametri viene presa pari a $0.1I_{20}$. Il processo di identificazione viene svolto su dati misurati durante il periodo corrispondente alla pausa natalizia che, notoriamente, in una scuola corrisponde ad assenza di personale e quindi non vengono a verificarsi disturbi dovuti all'occupazione dell'edificio; inoltre, in questo periodo risulta la presenza di una bassa insolazione. A posteriori, cioè dopo un certo numero di iterazioni, si ottiene che i valori iniziali dei parametri che permettono di ottenere i risultati migliori dal punto di vista della varianza della stima dei parametri all'incirca sono pari a 0.2.

I risultati che si ottengono, da come si può vedere in particolare dalla fig 2.4.2 però non sono accettabili a causa degli errori elevati che vengono a verificarsi; si noti che tali risultati sono riferiti ai stessi dati utilizzati per l'identificazione. Le motivazioni a questo pessimo risultato possono essere riassunte di seguito:

- **Varianza dei parametri stimati:** Le varianze della stima dei parametri sono elevate, in genere si verificano essere comprese tra circa 1 e 9; questo comporta una cattiva stima di tali parametri che assumono valori compresi tra 0 e 1. Questo fatto può essere verificato osservando la figura 2.4.3 che rappresenta l'evoluzione temporale della stima dei parametri; si osserva che le traiettorie di alcuni parametri tendono ad avere brusche variazioni le quali comportano che non convergano ad un valore ben definito.
- **Mancanza di persistente eccitazione:** Gli ingressi esogeni al nostro sistema sono dati dalle fonti di riscaldamento presenti all'interno dell'edificio le

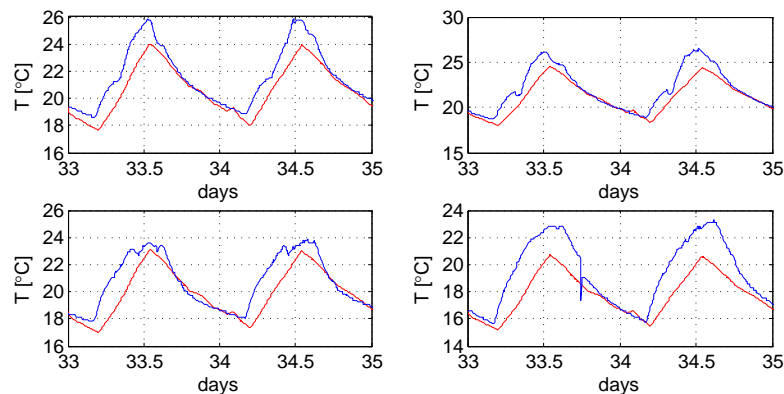


Figura 2.4.2: Confronto tra temperature reali(blu) e predette con il modello identificato(rosso)

quali vengono accese ogni giorno, dalle ore 2 alle 13; il fatto che tali ingressi operino per un lungo intervallo di tempo in maniera costante fa che molto probabilmente venga a mancare la sufficiente eccitazione al sistema. La sufficiente(o persistente) eccitazione è una proprietà di un segnale in ingresso ad un sistema che fa in modo da avere l'identificabilità del sistema, cioè di poter affermare che i parametri stimati coincidano con i parametri veri; se ciò non è verificato, si ha che i parametri stimati non sono necessariamente quelli veri del sistema e di conseguenza si tratta di parametri che riproducono fedelmente l'andamento del sistema utilizzando lo stesso data set e segnale di ingresso usato per l'identificazione. Una conferma che in questo caso siamo in mancanza di sufficiente eccitazione si può trovare negli articoli [8] e [1] dove nel primo si mostra proprio il caso di un parametro stimato su di un modello simulato con EnergyPlus nel quale si ottiene un parametro con varianza della stima a zero(e quindi stimato correttamente) ma sostanzialmente diverso dal parametro vero del sistema;nel secondo articolo invece è presente un esempio di identificazione, svolto con un'altra tecnica, dove gli ingressi al sistema vengono fatti variare in continuazione ed in modo casuale per avere eccitazione.

- **Presenza di disturbi:** Anche se in questo caso si può quasi certamente affermare la mancanza di disturbi dovuti all'occupazione, dato che si è nel periodo della pausa natalizia, non è detto che non ci siano altri tipi di disturbi che fanno sì di non riuscire ad avere una buona stima.

In conclusione, alla luce di ciò, si può affermare che tale metodo non consente di ottenere un modello corretto per l'edificio preso in esame e quindi nei capitoli successivi verrà analizzata una strategia basata su altre tecniche che consentirà di avere risultati nettamente migliori.

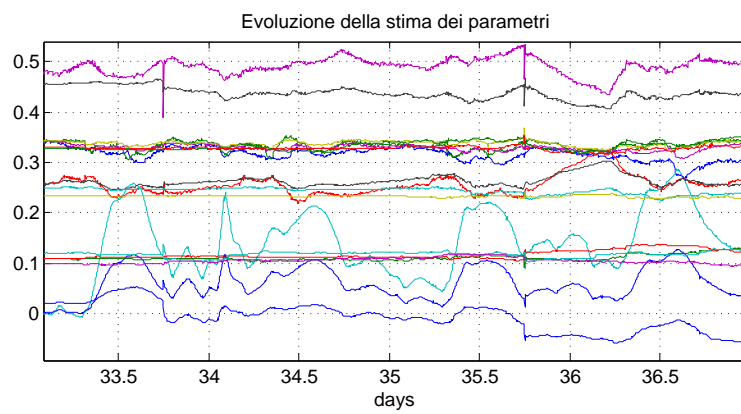


Figura 2.4.3: Traiettoria della stima dei parametri

Algoritmo di identificazione del modello

In questo capitolo viene mostrato un nuovo approccio che è stato seguito allo scopo di identificare un modello termico di un edificio a seguito dei scarsi risultati ottenuti con il filtro UKF. E' una strategia che da come si andrà a spiegare è basata su un approccio machine learning.

Indice

3.1	Un nuovo approccio	29
3.2	Regressione lineare	30
3.3	Symbolic Aggregate approXimation-SAX	35
3.4	Algoritmo di identificazione	42

3.1 Un nuovo approccio

Alla luce di quanto esposto nel capitolo precedente, è necessario perseguire un nuovo approccio al fine di ottenere i risultati prefissati. La nuova strategia che si è scelto di utilizzare, è basata sostanzialmente su tre punti cardine che di seguito vengono brevemente elencati, per poi essere in seguito approfonditi:

- **Multi model:** Dal capitolo precedente, è stato discusso il fatto della fortemente probabile mancanza di eccitazione del sistema, e, di come tale fatto, comporti che il modello identificato con UKF non sia necessariamente il modello vero e di conseguenza risulta che il modello identificato è un modello che

non permette di svolgere previsioni in maniera accurata se esso viene utilizzato in giorni appena poco più lontani dal periodo impiegato per fare l'identificazione. Il nuovo piano quindi sarà basato sull'idea di andare ad identificare non più *un* modello, che incidentalmente non si rivela essere *il* modello reale, ma sul concetto di identificare una classe di modelli e poi andare ad utilizzare quello che si adatta più fedelmente alle condizioni di uno specifico giorno.

- **Indice di similarità:** Nel punto precedente è stata introdotta l'idea di prendere come modello di riferimento in un dato giorno un modello determinato nei periodi precedenti che si sposa meglio con la condizione attuale del sistema; è necessario quindi, pensare ad una tecnica che consente in maniera semplice ed efficace di determinare se due andamenti in due periodi di tempo diversi sono simili oppure no. La tecnica proposta è una tecnica basata sulla discretizzazione SAX, (symbolic approximation) che consente di tradurre una sequenza temporale in una opportuna stringa codificata per mezzo di opportuni simboli, della quale poi, una volta definita una metrica su tali simboli, è possibile definire una distanza per valutare la similitudine tra due stringhe, e di conseguenza, tra i due andamenti da confrontare
- **Algoritmo di identificazione:** In questo caso, dato che l'obiettivo di trovare un modello unico è tramontato, è stato scelto di utilizzare come modello il risultato di un'identificazione del tipo minimi quadrati sempre sulla struttura del modello definita nel capitolo relativo al modello RC.

3.2 Regressione lineare

Le tecniche di identificazione basate sulla regressione lineare si prestano bene ad essere applicate ad un modelli lineare.

Teoria generale

Si consideri l' i -esima osservazione $y_i \in \mathbb{R}$ descritta, in funzione dei p regressori $x_{i,j}$, $j = 1..p$ da un'equazione lineare del tipo

$$\begin{aligned}
 y_i &= \theta_1 x_{1,i} + \theta_2 x_{2,i} + \dots + \theta_p x_{p,i} + \epsilon_i \\
 &= [\theta_1 \theta_2 \dots \theta_p] \mathbf{x}_i^T + \epsilon_i \\
 &= \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{x}_i^T + \epsilon_i \\
 &= \mathbf{x}_i \boldsymbol{\theta} + \epsilon_i
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

dove $\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ rappresenta l'errore commesso volendo rappresentare y_i in funzione dei suoi regressori. Il vettore $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^p$, rappresenta l'incognita del problema e deve essere determinato secondo un qualche criterio. Si consideri ora una serie di N osservazioni $\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_N]^T$ e si consideri la matrice dei regressori, dove su

ogni riga sono presenti quelli corrispondenti all'i-esima osservazione; allora, si può scrivere il seguente sistema di equazioni:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{N,1} & \cdots & x_{N,p} \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{X}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\epsilon}. \quad (3.2)$$

Il criterio usato per determinare il vettore incognito dei parametri è chiaramente la minimizzazione della differenza tra le osservazioni reali e il risultato ottenuto tramite il modello a regressione lineare; in altre parole, si utilizza il metodo dei minimi quadrati:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^p} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\theta}\|^2 \quad (3.3)$$

da cui si determina che il miglior stimatore lineare dei parametri incogniti è quindi dato dalla relazione seguente, ottenuta minimizzando rispetto a $\boldsymbol{\theta}$ [3.2](#):

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}. \quad (3.4)$$

Applicazione al modello RC

In questa sezione si vuole mostrare come applicare quanto visto sopra al nostro modello di riferimento [1.9](#). A tal fine si consideri al momento la temperatura di una generica zona i ; l'equazione che descrive il suo andamento all'istante di tempo t , secondo il modello RC è:

$$T_i(t+1) = a_{i,1}T_1(t) + \cdots + a_{i,N}T_N(t) + b_{i,0}T_{ext}(t) + b_{i,1}u(t) \quad (3.5)$$

dove i coefficienti $a_{i,1} \cdots a_{i,N}$ rappresentano la i-esima riga della matrice A_d la quale solitamente, oltre che ad essere una matrice sparsa, i suoi elementi diversi da zero sono determinabili a priori una volta che si conosce la struttura dell'edificio, lo stesso vale per i coefficienti $b_{i,0}$ e $b_{i,1}$ ¹; i termini T_1, \cdots, T_N rappresentano le temperature nelle N zone che compongono il modello, infine T_{ext} e $u(t)$ rappresentano rispettivamente la temperatura esterna e la fonte di riscaldamento. L'equazione in

¹Si assume, per semplicità di notazione che sia presente una sola fonte di riscaldamento

forma di regressione 3.5 la si riscrive in modo più compatto nella seguente forma:

$$\begin{aligned}
 T_i(t+1) &= \begin{bmatrix} a_{i,1} & \cdots & a_{i,N} & b_{i,0} & b_{i,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1(t) \\ \vdots \\ T_N(t) \\ T_{ext}(T) \\ u(t) \end{bmatrix} = \\
 &= \mathbf{a}_i^T \begin{bmatrix} T_1(t) \\ \vdots \\ T_N(t) \\ T_{ext}(T) \\ u(t) \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} T_1(t) & \cdots & T_N(t) & T_{ext}(T) & u(t) \end{bmatrix} \mathbf{a}_i := \mathbf{R}(t) \mathbf{a}_i
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

dove \mathbf{a}_i rappresenta il vettore incognito dei parametri del nostro modello termico che andremo ad identificare successivamente ed \mathbf{R} i suoi regressori. Si osserva che l'equazione precedente è nella forma 3.2 e basta applicare il metodo dei minimi quadrati ai dati di temperatura raccolti per ottenere la stima del modello.

Quindi, almeno a livello teorico basta applicare la formula 3.4 ai dati di temperatura raccolti per ottenere i parametri che soddisfano la condizione

$$\hat{\mathbf{a}}_i = \arg \min_{\mathbf{a}_i \in \mathbb{R}^{N+2}} \|\mathbf{T}_i - \mathbf{R} \mathbf{a}_i\|^2. \tag{3.7}$$

Se si prova ad applicare direttamente la formula 3.4 ai dati raccolti dai sensori di temperatura si verifica che i risultati che si ottengono non sono buoni, questo perchè questo problema si verifica essere mal condizionato².

A questo punto è necessario determinare un altro approccio per poter risolvere in maniera ottimale il problema di minimo; Nell'articolo [1] si utilizza ad esempio una strategia basata sulla *Tikhonov regularization*. Questa tecnica è la tecnica più utilizzata per risolvere i problemi di mal condizionamento di una matrice e, in breve, consiste nell'aggiungere un termine $\Gamma\theta$, detto fattore di regolarizzazione, nel problema 3.2. Il punto centrale è che la scelta di tale fattore consiste nell'utilizzare un approccio Bayesiano per risolvere il problema, ovvero è necessario utilizzare una serie di informazioni a priori posseduta sulla distribuzione dei parametri da stimare. Purtroppo questa tecnica nell'ambito di questo lavoro è inapplicabile in quanto non ci sono informazioni a priori sulla distribuzione dei parametri, mentre, sarebbe un'ottima tecnica nel caso si fosse interessati a fare una sorta di tuning del modello, cioè, se si fosse in possesso dei valori nominali dei parametri del sistema, con relative incertezze, allo scopo di ricavare i valori corretti di tali parametri.

²Infatti, il *reciprocal condition number* RCOND ottenuto tramite Matlab risulta essere circa $RCOND = 1.156482 \times 10^{-18}$

Alla luce di quanto visto precedentemente si rende quindi necessario trovare un modo per determinare il valore dei parametri incogniti. Si è scelto quindi di utilizzare una soluzione basata su algoritmi di ottimizzazione convessa che riescano a trovare la soluzione di 3.2; a tale scopo, si è scelto di utilizzare una libreria Matlab di algoritmi di ottimizzazione convessa chiamata *cvx*³ la quale consente, una volta definita la funzione da minimizzare e gli eventuali vincoli presenti, di ottenere i parametri che rendono minima tale funzione: nel caso preso in esame, cioè di trovare il voler trovare la soluzione a 3.7, basta semplicemente utilizzare il seguente codice all'interno della simulazione Matlab:

```
cvx_begin quiet
variable param(n_param)%def parametri da identificare
minimize(norm(A*param-Y'));%def funzione da minimizzare
subject to
param>=zeros(n_param,1) %vincoli
cvx_end
```

il vincolo a cui è sottoposta l'ottimizzazione è quello che gli elementi identificati siano tutti maggiori di zero, in quanto, altrimenti non si avrebbe più corrispondenza con un modello di tipo RC, che per come è stato definito possiede tutti gli elementi maggiori di zero.

Esempio

Si vuole in questa sezione mostrare un breve esempio per mostrare la validità di quanto detto in precedenza. Si tratta anche in questo caso di un esempio che poi verrà ripreso nei capitoli successivi in maniera più approfondita. Il modello da identificare è lo stesso dell'Esempio 2.4 e, in questo caso si andranno a stimare i parametri del modello per quanto riguarda la zona 1 dell'esempio citato precedentemente; Il modello è quindi il seguente, scritto in forma tipo 3.6:

$$T_1(t+1) = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}(t) + \begin{bmatrix} b_{1,0} & b_{1,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ext} \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Si tratta di identificare 5 parametri con il metodo descritto in questa sezione; come accennato, si andrà a stimare un modello, chiamato M_{ON} per la fase con riscaldamento acceso e un altro modello M_{OFF} per la fase di riscaldamento spento poiché a causa della non sufficiente eccitazione, non si riescono ad identificare tutti i modi del sistema in modo corretto o, per meglio dire, non si riesce a trovare un modello unico che stimi fedelmente le due fasi.

I modelli risultanti sono rispettivamente:

$$M_{ON} : T_1(t+1) = \begin{bmatrix} 0 & 0.96 & 0.007 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}(t) + \begin{bmatrix} 0.008 & 0.66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ext} \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

³per informazioni: <http://cvxr.com/cvx/>

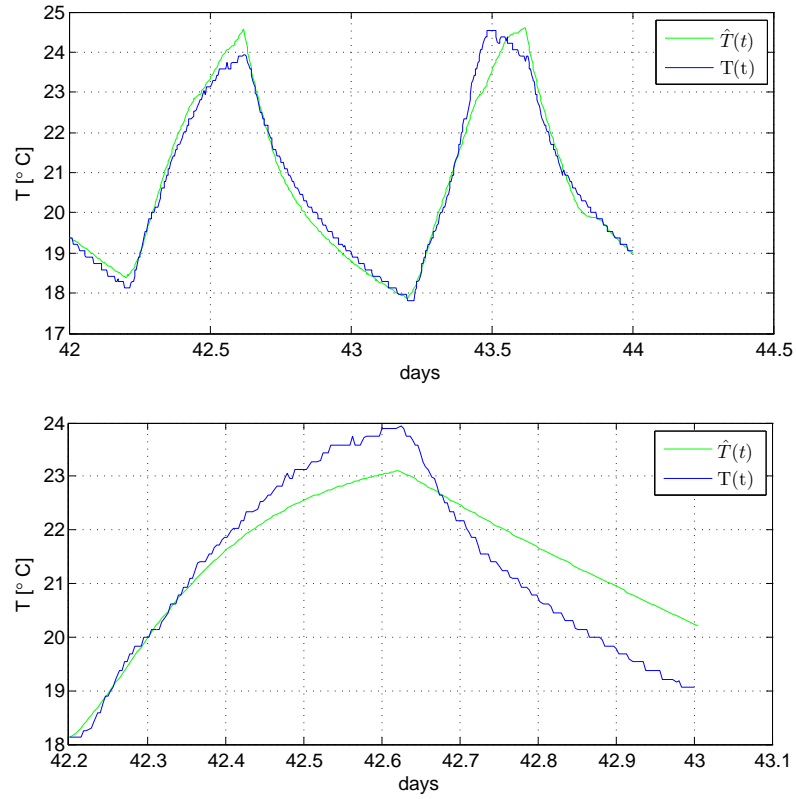


Figura 3.2.1: Confronto tra andamento reale e predetto nel caso le temperature delle altre zone sono ottenute tramite misure reali o predizione.

$$M_{OFF} : T_1(t+1) = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.82 & 0.028 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}(t) + \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ext} \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Osservando i risultati si nota che nel modello M_{ON} c'è poca dipendenza dalle temperature delle altre stanza, ed in effetti il termine dominante è quello relativo all'ingresso(0.66) infatti è abbastanza logico affermare che durante la fase di riscaldamento, la fonte di calore abbia un carattere predominante rispetto ai contributi relativi agli scambi termici tra le varie zone. Viceversa, nel modello M_{OFF} si osserva che viene dato risalto ai contributi degli scambi termici tra le zone e l'effetto della temperatura esterna, è sempre modesto, probabilmente a causa della non sufficiente eccitazione. Il risultato si può apprezzare in fig 3.2.1, dove si è validato il modello utilizzando i dati di identificazione, in effetti tratta di un risultato molto buono⁴. Questa simulazione è stata effettuata simulando la temperatura della zona 1 e utilizzando le misure reali per le altre zone; Tale scelta chiaramente non può es-

⁴cfr fig 2.4.2 per osservare come si comportava il filtro UKF sempre utilizzando i dati di identificazione per la validazione

sere utilizzata al fine di perseguire lo scopo di questo lavoro in quanto l'obiettivo è predire anche le evoluzioni delle altre zone, perciò, sono stati identificati anche altri 3 modelli tipo 3.6 per le altre tre zone presenti; da come si evince dalla figura 3.2.1 che rappresenta l'andamento della temperatura predetta nella zona 1 utilizzando le predizioni delle altre zone si evince che non si riesce a fare previsioni accurate oltre una finestra temporale di 6 ore e di conseguenza, per permettere una maggior accuratezza verrà introdotta nella sezione successiva la tecnica SAX per permettere di stabilire quale modello, tra quelli identificati nei giorni precedenti a quelli presi in considerazione, "assomiglia" maggiormente al giorno preso in considerazione.

3.3 Symbolic Aggregate approXimation-SAX

Innanzitutto diamo una definizione:

Definizione: Una *serie temporale*, S di lunghezza n è una sequenza ordinata di n valori $S = s_1, \dots, s_n$

La tecnica *Symbolic Aggregate approXimation*, d'ora in avanti SAX, è una tecnica di discretizzazione utilizzata nell'analisi di serie temporali questo perché solitamente operare su un'intera serie temporale è particolarmente oneroso, sia dal punto di vista computazionale, sia per quanto riguarda gli oneri di memorizzazione; essa è solitamente utilizzata per determinare eventuali *trend* oppure *irregolarità* all'interno di una serie temporale; in questo caso invece, tramite l'introduzione di un concetto di *similarità* tra serie temporali, verrà utilizzata per quantificare "la somiglianza" tra due serie⁵.

Mediante SAX è possibile ridurre una serie di n valori in una stringa di \bar{n} simboli (dove $\bar{n} \ll n$) presi da un alfabeto Σ di cardinalità a ; la scelta dell'alfabeto dipende dalle esigenze che si hanno nelle applicazioni richieste, inoltre, è un fattore molto importante in quanto andrà ad influenzare i risultati che si otterranno. I tre passi da effettuare per ottenere una stringa SAX sono essenzialmente tre: *normalizzazione*, *trasformazione PAA* e *discretizzazione* che saranno descritti in dettaglio di seguito.

Normalizzazione

La normalizzazione, è il primo passo da compiere al fine di ottenere una stringa SAX: questo step è molto importante, in quanto consente di confrontare due serie temporali di forma simile, (come è frequente nel caso di modelli termici) ma ampiezze diverse. La serie S' che rappresenta una serie temporale S di lunghezza n normalizzata si ottiene semplicemente tramite la seguente formula:

$$s'_i = \frac{s_i - \mu}{\sigma} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.11)$$

dove μ e σ rappresentano rispettivamente la media e la varianza della serie temporale t ; la scelta di come sono calcolati questi parametri è di fondamentale importanza

⁵Per maggiori informazioni si vedano [2] e [5].

per l'applicazione che si vuole implementare, e, può essere svolta in numerosi modi (ad esempio su base giornaliera, settimanale, mensile, stagionale, etc..) di cui ora si ne saranno analizzati i principali.

Si consideri d'ora in avanti una sequenza di osservazioni tali da comprendere un periodo di tempo sufficientemente lungo, ad esempio qualche mese, e di considerare un insieme di serie temporali coincidenti con le osservazioni con un periodo pari a un giorno; essenzialmente ci possono essere tre criteri su cui basare la normalizzazione di una serie temporale rappresentante un andamento di temperatura lungo un certo periodo:

- **Base Giornaliera:** La normalizzazione su base giornaliera consiste nel normalizzare ogni sequenza, rappresentante un giorno, utilizzando media e varianza calcolate sulla serie temporale stessa. In figura 3.3.1 è riportata un esempio di normalizzazione di due serie temporali, che rappresentano l'andamento della temperatura in una stanza, misurata in due periodi diversi. La traiettoria blu è una sequenza ottenuta in inverno, mentre la verde in primavera; si nota immediatamente che gli andamenti delle due serie prese in esame sono simili ma con ampiezze nettamente diverse e, sempre in figura, si osserva che dopo aver eseguito la procedura di normalizzazione, le due sequenze appaiono molto simili tra di loro: è possibile allora dedurre che questo tipo di normalizzazione, più che a confrontare differenze di ampiezza della temperatura misurata in due periodi diversi, è adatto a rilevare, per mezzo di algoritmi per la rivelazione di anomalie, differenze di andamenti tra le varie giornate; infatti, tale scelta consente, ad esempio di evidenziare, all'interno di una serie temporale sufficientemente lunga, le giornate in cui il riscaldamento è spento dai giorni lavorativi normali che notoriamente hanno profili di temperatura diversi.
- **Base settimanale:** Normalizzando su base settimanale, si utilizza invece media e varianza di una serie temporale di durata pari ad una settimana; in questo modo, si riescono a rilevare⁶ settimane durante le quali si hanno fasi di accensioni del riscaldamento diverse dalle altre: un esempio di tale affermazione si può osservare in figura 3.3.2 dove sono rappresentate rispettivamente le misure di temperatura in una settimana durante la quale in due giornate non è stato acceso il riscaldamento (blu) e durante una settimana di normale esercizio, cioè con riscaldamento spento per un giorno soltanto; si deve sottolineare che in questo modo è possibile confrontare gli andamenti tra sequenze che originariamente assumevano valori piuttosto diversi in quanto esse sono state rilevate in periodi differenti.
- **Normalizzazione sull'intera sequenza:** In questo caso si consideri una serie temporale rilevata in un periodo sufficientemente lungo (nel nostro caso

⁶Nelle sezioni successive verrà introdotto il concetto di distanza che permetterà di quantificare la differenza tra due sequenze.

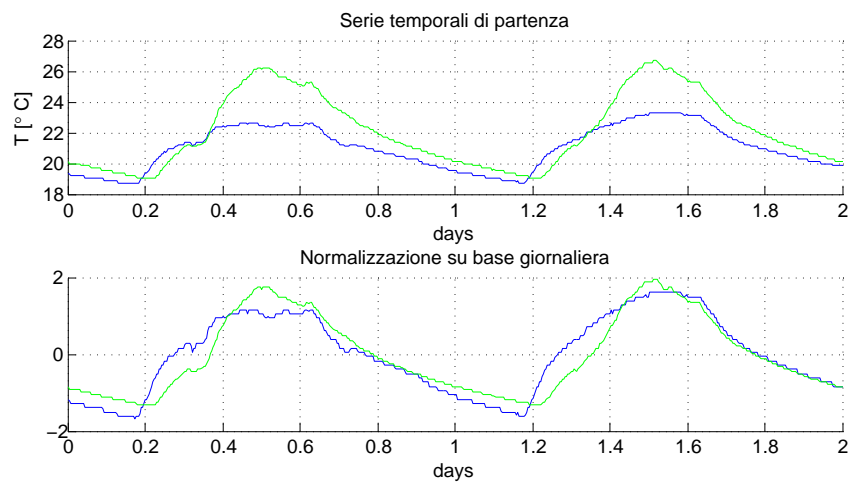


Figura 3.3.1: Normalizzazione su base giornaliera della misura della temperatura di due giorni consecutivi in periodi diversi

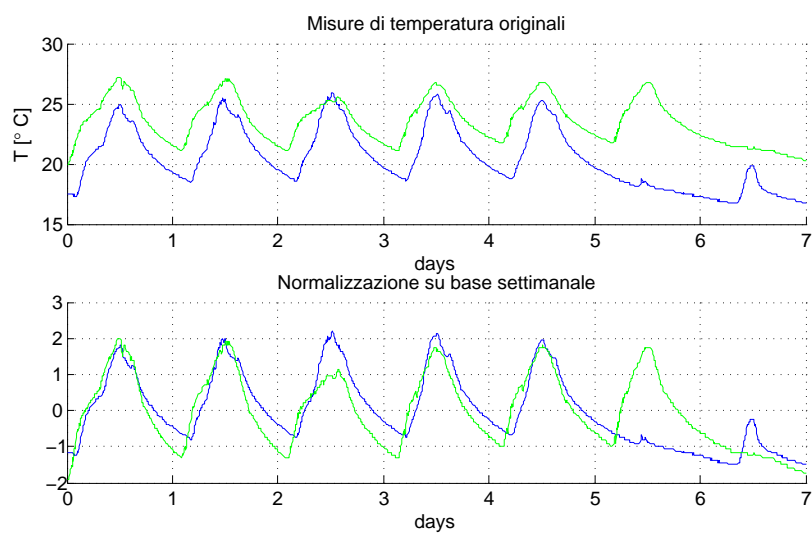


Figura 3.3.2: Normalizzazione su base settimanale della misura di temperatura in due settimane di periodi diversi

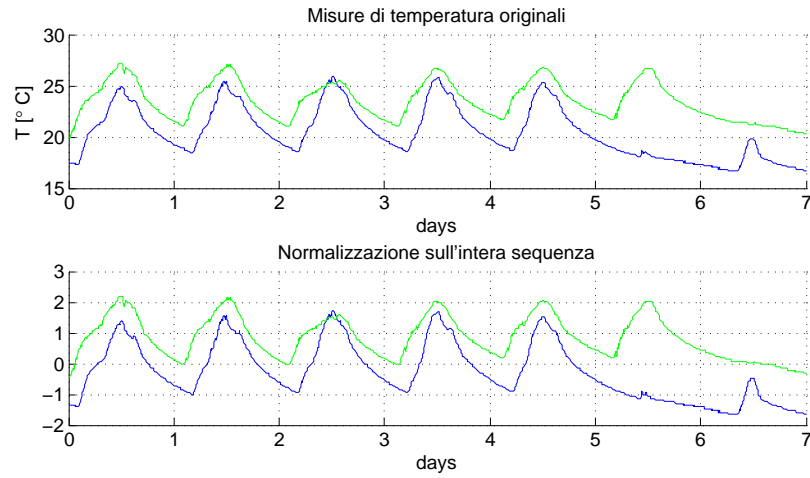


Figura 3.3.3: Normalizzazione basata su una sequenza lunga quattro mesi della misura di temperatura in due settimane di periodi diversi

qualche mese) e la si normalizza con media e varianza calcolate nell'intera lunghezza della serie; seguendo questo approccio, si ottiene che due sequenze appartenenti a periodi diversi, e quindi con andamenti e ampiezze diverse, risulteranno a loro volta diverse una volta normalizzate. Una conferma di tale fatto si vede dalla figura 3.3.3 dove viene mostrato come due sequenze differenti risultano a loro volta diverse una volta normalizzate. Tale soluzione può sembrare un controsenso ma è l'unica che, ad esempio, permette di riconoscere due giornate tra di loro simili, il che, per lo scopo di questo lavoro è molto importante, da come si potrà vedere successivamente.

Si tralascia per semplicità la trattazione dei casi limite come ad esempio segnali costanti o segnali con presenza di impulsi.

Trasformazione PAA

Dopo aver normalizzato la serie temporale, è necessario andare a ridurne la dimensione, e quindi ad approssimarla, al fine di poter utilizzare in modo efficiente la approssimazione SAX ed a questo viene incontro la trasformata PAA⁷.

Tale trasformata, converte una serie temporale $S = s_1, \dots, s_n$ lunga n **normalizzata** in un'altra serie lunga \bar{n} , $\bar{n} \ll n$, $\bar{S} = \bar{s}_1, \dots, \bar{s}_{\bar{n}}$ dove, \bar{n} è legato alla lunghezza originale della serie dalla relazione $\bar{n} = n/w$ con il parametro w , detto *frame size*, a rappresentare il numero di elementi della serie che sono approssimati

⁷Piecewise Aggregate Approximation

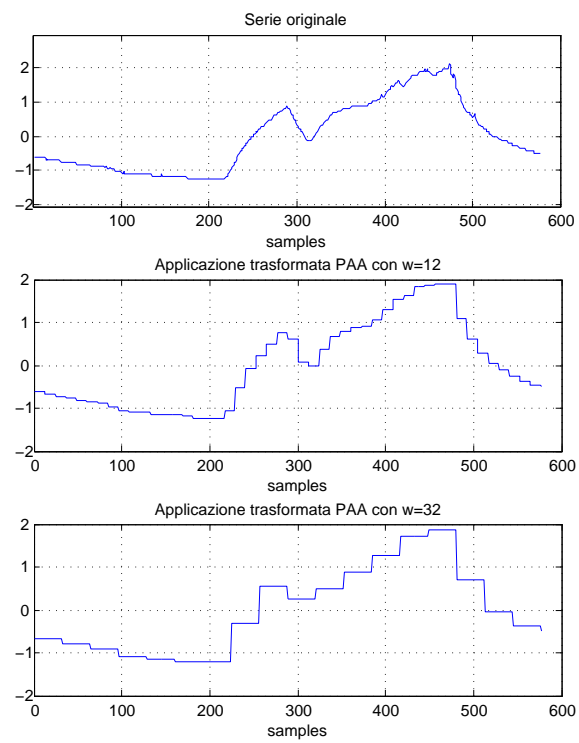


Figura 3.3.4: Applicazione della trasformata PAA al segnale originale(primo grafico), con $w = 12$ e $w = 32$ rispettivamente

in un elemento di \tilde{S} secondo la seguente relazione:

$$\bar{s}_i = \frac{1}{w} \sum_{j=\frac{n}{w}(i-1)+1}^{\frac{n}{w}i} s_j \quad i = 1, \dots, \bar{n} \quad (3.12)$$

Nella sostanza, la trasformata PAA consente di ottenere campioni che rappresentano la media di w campioni della serie di partenza. La dimensione del *frame* è un parametro molto importante che, oltre a dipendere dalla specifica applicazione, deve essere scelto con accuratezza in quanto tale scelta andrà ad influenzare in seguito tutti i risultati; infatti, tale approssimazione è alla lunga assimilabile ad una operazione di filtraggio passa-basso e conseguentemente, una scelta di un frame troppo lungo, tenderebbe a penalizzare la dinamica della serie mentre uno troppo breve, oltre ad essere inutile dal punto di vista dello scopo della SAX, può portare ad una esaltazione di eventuali disturbi.

In figura 3.3.4 sono riportati due esempi di trasformazione PAA applicata ad una serie formata da 576 campioni (rappresentata nel primo grafico), una con una finestra pari a 12, l'altra pari a 32: confrontando le due figure, si nota come una finestra a 12 campioni permetta di riprodurre più fedelmente il segnale originale, ma d'altro canto riproduce bene allo stesso modo eventuali brusche variazioni del segnale e ciò non è sempre un comportamento ottimale in quanto, eventuali disturbi vengono a loro volta riportati nella serie risultante; un ragionamento duale si può svolgere per il terzo grafico ($w=32$). In conclusione si può quindi affermare che non esiste una condizione a priori per la scelta del frame size ma essa deve essere determinata secondo scelte basate sulla specifica applicazione richiesta.

Discretizzazione

L'ultimo passo da compiere per ottenere una rappresentazione SAX, $\tilde{S} = \tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_{\bar{n}}$ di una serie temporale è la discretizzazione; a tal fine, si consideri la sequenza ottenuta dopo la normalizzazione e la trasformazione PAA e, ad ogni campione di tale sequenza si associa un simbolo scelto da un alfabeto $\Sigma = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$, con cardinalità m . Per riuscire ad approssimare al meglio le caratteristiche della serie temporale, è necessario che la quantizzazione non sia uniforme, ma al contrario, generi simboli tra loro equiprobabili partizionando l'area di una variabile aleatoria $\mathcal{N}(0, 1)$ in m sezioni equiprobabili; questo tipo di quantizzazione si può giustificare con il fatto che quasi tutti i tipi di segnale possiedono una distribuzione Gaussiana. Si definiscono infine i $m + 1$ livelli di transizione $\{\beta_0 = -\infty, \beta_1, \dots, \beta_m = +\infty\}$ dove, per un dato simbolo α_i , i suoi livelli di transizione β_{i-1}, β_i sono tali per cui $P[\beta_{i-1} < x < \beta_i] = \frac{1}{m}$.

La regola per l'assegnazione di un simbolo ad un campione della serie temporale d'origine è:

$$\tilde{s}_i = \alpha_j \quad \text{se} \quad \bar{s}_i \in [\beta_{j-1}, \beta_j] \quad (3.13)$$

In figura 3.3.6 è riportato un esempio di discretizzazione SAX applicato ad una serie temporale. Si riportano inoltre di seguito i livelli di transizione per un alfabeto di



Figura 3.3.5: Discretizzazione SAX

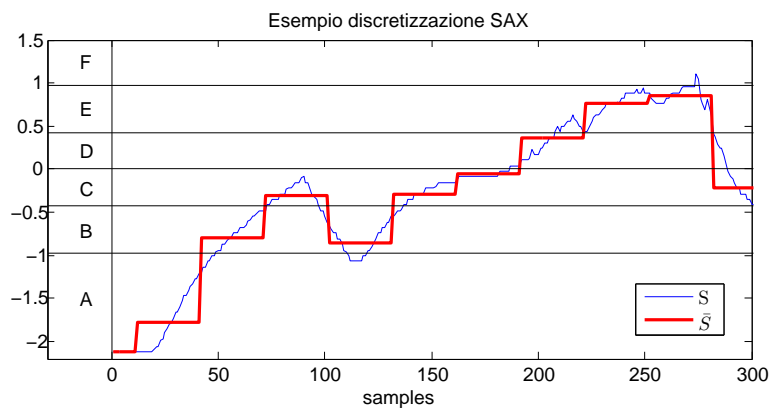


Figura 3.3.6: Esempio di discretizzazione SAX, in questo caso la stringa generata è $\hat{S} = AABCBCCEEB$

8,9 e 10 livelli, in quanto successivamente saranno i livelli che verranno utilizzati nelle simulazioni:

m	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9
8	-1.15	-0.67	-0.32	0	0.32	0.67	1.15	-	-
9	-1.22	-0.76	-0.43	-0.14	0.14	0.43	0.76	1.22	-
10	-1.28	-0.84	-0.52	-0.25	0	0.25	0.52	0.84	1.28

Indice di similarità

Una volta ridotto due serie temporali, per mezzo della discretizzazione SAX, a due stringhe, è necessario trovare un modo per poterle confrontare; si introduce a questo scopo un concetto di *distanza* tra stringhe in modo che più piccola è la loro distanza, allora più simili sono le due stringhe, e di conseguenza, anche le serie temporali originali. Si introduce allora a questo punto una misura detta *indice di similarità*

che restituisce la minima distanza tra due stringe \hat{S} e \hat{R} :

$$\text{SAXdist}(\tilde{S}, \tilde{R}) = \sqrt{\frac{1}{w}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{\tilde{n}} \text{dist}(\tilde{s}_i, \tilde{r}_i)^2} \quad (3.14)$$

La funzione $\text{dist}(\alpha_i, \alpha_j)$, che definisce la distanza su due simboli dell'alfabeto dipende solamente dai livelli di transizione tra i suoi argomenti:

$$\text{dist}(\alpha_i, \alpha_j) = \begin{cases} 0 & \text{se } |i - j| \leq 1 \\ \beta_{\max(i,j)-1} - \beta_{\min(i,j)} & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (3.15)$$

3.4 Algoritmo di identificazione

Motivazioni

Il nuovo approccio, è basato su due considerazioni:

1. la prima è basata sul fatto che se si considerano gli andamenti della temperatura durante giornate diverse, si può osservare che spesso sono molto simili o comunque poco differenti tra loro, in particolare ciò si osserva in un range di due-tre giorni. Alla luce di ciò, e del fatto che non c'è persistente eccitazione all'ingresso del sistema, si è deciso di utilizzare un approccio basato sul identificare un insieme di modelli e successivamente utilizzare quello più consono al momento;
2. La seconda osservazione è basata sul fatto che, una volta identificato un modello con il metodo descritto in precedenza, effettuandone la validazione, si osserva che il suo comportamento è buono limitatamente a qualche giorno, mentre in altri giorni non riesce a predire l'andamento della temperatura in modo ottimale. Si rende quindi necessario a questo punto l'utilizzo di una qualche tecnica che permette di discriminare tra la "bontà" o meno del modello identificato, per l'utilizzo nel giorno corrente; questa tecnica che verrà utilizzata sarà basata sulla riduzione a SAX delle serie temporali della temperatura giornaliera, e, grazie all'utilizzo dell'indice di similarità, si andrà a determinare la giornata, tra quelle precedenti, che meglio "assomiglia" al giorno attuale.

Una conferma delle due osservazioni sopra svolte viene dalla figura 3.4.1 dove nel primo grafico si può osservare come, se due giornate consecutive hanno andamenti differenti, il modello identificato al giorno precedente non consente di prevedere correttamente la temperatura, mentre, nel secondo grafico si apprezza che se due giornate sono simili, allora il modello del giorno precedente è buono; si puntualizza che nella fase di discesa, non è stato utilizzato un modello appositamente identificato in tali fasi, ma è stato utilizzato un modello basato sui dati dell'intera giornata che,

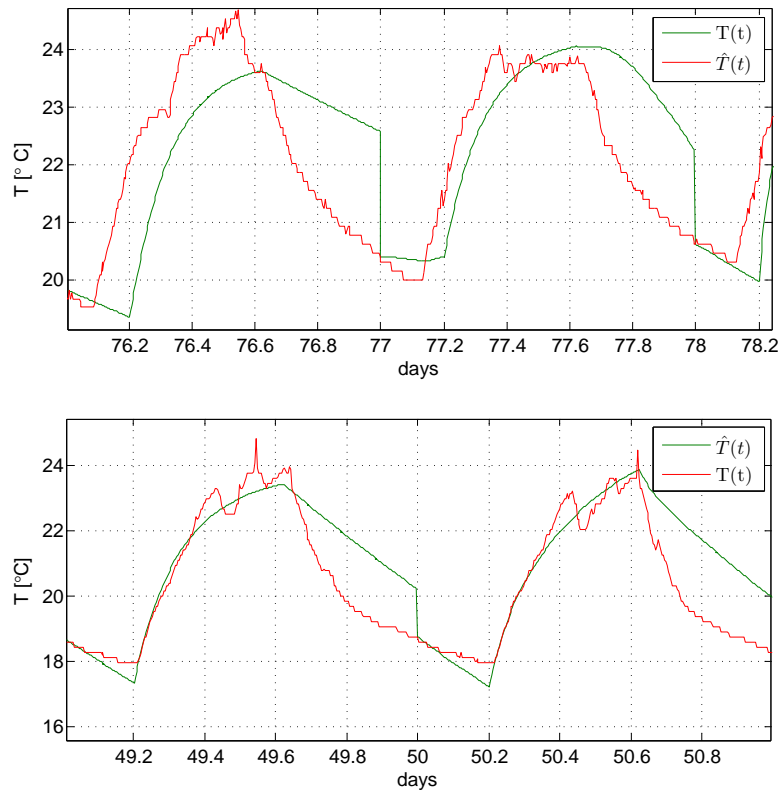


Figura 3.4.1: Nel primo grafico, un modello che non predice correttamente la temperatura, nel secondo, invece si osserva una previsione nettamente migliore; il salto è la reinizializzazione delle condizioni iniziali del sistema

da come è stato detto precedentemente, non riesce ad approssimare correttamente la fase di discesa; la motivazione di ciò è come sempre mancanza di eccitazione.

La figura 3.4.2 rappresenta la distanza in termini di SAX, di un giorno dai giorni precedenti; la scala dei colori utilizza colori tanto più scuri tanto più simili sono due giorni. La figura è ottenuta facendo riferimento alla temperatura presente all'interno di una stanza di una scuola, in un periodo di 108 giorni dal 7 dicembre a Marzo, un punto del grafico in posizione (i, j) rappresenta la distanza tra la rappresentazione SAX delle giornate i, j ; si possono fare alcune immediate considerazioni osservando la figura:

- La diagonale rappresenta "l'autodistanza": è ovviamente scura in quanto due stesse rappresentazioni SAX hanno distanza 0;
- si osserva che nei punti a sinistra, vicini alla diagonale, c'è sempre un colore molto scuro, infatti ciò è una conferma del fatto che due giornate vicine so-

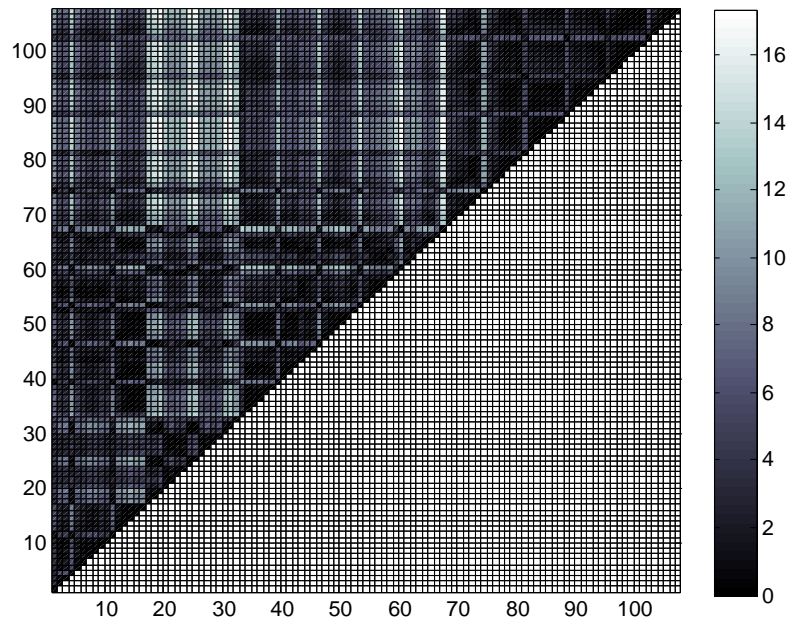


Figura 3.4.2: Distanza SAX tra due giorni

litamente sono simili tra di loro e quindi la ricerca delle giornate più simili a quella presa in esame per usarne il suo modello, è un'idea sensata;

- si notano delle singole righe chiare che si verifica essere ripetute ogni 7 giorni: si tratta dei giorni del fine settimana che come è noto non hanno lo stesso profilo di temperatura degli altri giorni normali;
- osservando la figura inoltre, si rilevano delle zone molto chiare, in corrispondenza all'incirca dei giorni compresi dal 20 al 30 nell'asse delle ascisse; questi giorni rappresentano le vacanze natalizie e sono giornate dove all'interno dell'edificio si rilevano mediamente temperature più basse degli altri giorni;
- come ultima considerazione, la fascia dal giorno 55 a 65 rappresenta le giornate che hanno la temperatura esterna più bassa fra tutte le giornate prese in esame.

Di conseguenza, dopo le considerazioni precedenti, si può affermare la bontà, almeno dal punto di vista teorico, della scelta di utilizzare la rappresentazione SAX, unita all'introduzione di un concetto di distanza tra due stringhe SAX, per la scelta di un modello ottimale tra i modelli identificati in precedenza al giorno preso in considerazione.

Algoritmo

Ipotesi: Si consideri un edificio formato da N stanze, delle quali si conosce la disposizione, le quali andranno a comporre il modello da identificare; per il momento si assume che sia presente in ogni stanza da modellare un solo sensore di temperatura che fornisca dati periodicamente, con periodo che deve essere significativamente più piccolo della costante di tempo dominante del sistema termico (dell'edificio).

Costruzione del modello di riferimento: Il modello di riferimento è basato sul modello RC tipo 1.9, dove chiaramente i suoi parametri hanno valore incognito ma, dato che si effettua un'identificazione di tipo *grey-box* è necessario determinare la struttura delle matrici del sistema. Definendo $a_{i,j}$ gli elementi della matrice A e con $b_{i,j}$ quelli di B e indicando con un $*$ un parametro della matrice incognito da stimare, si utilizzano i seguenti criteri per costruire la struttura del modello da identificare:

$$a_{i,j} = \begin{cases} * & \text{se } i = j \\ * & \text{se } i \text{ e } j \text{ sono sensori su stanze adiacenti} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (3.16)$$

$$b_{j,1} = \begin{cases} * & \text{se } j \text{ è un sensore in una stanza a contatto con l'esterno} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (3.17)$$

$$b_{j,i} = \begin{cases} * & \text{se } j \text{ è un sensore in una stanza a contatto con l'ingresso } i \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}, \quad i > 1 \quad (3.18)$$

si possono fare due considerazioni: la prima è che in questo modo, si considerano solo i flussi di calore dovuti alla conduzione e si trascurano i contributi dovuti alla convezione, che necessitano di altri algoritmi per poter essere stimati; in ogni caso, nel capitolo successivo si vedrà che i risultati sono allo stesso modo accettabili; la seconda considerazione è che, in sostanza, è stato usato l'approccio più semplice per modellare una parete ("1 resistenza" al posto del modello 3R2C) in quanto, ci sarebbe la presenza di nodi non osservabili, si complicherebbe enormemente il modello, ed inoltre, non è detto che siano parametri che alla fine si riescano a stimare correttamente a causa della mancanza di PE⁸. La strategia ideata è divisa in due parti, una dove avviene l'identificazione di una classe di modelli (*Learning & identification*) ed un'altra, *prediction* dove avviene la scelta del modello da essere poi utilizzato in fase di predizione.

Learning & identification: Si consideri una zona i , in questa fase, ad ogni giorno, si procede ad identificare due modelli della forma 3.5, uno per la fase di riscaldamento acceso (ON) e una per riscaldamento spento (OFF), oltre a ciò, si riduce ad una rappresentazione SAX la serie delle misure della zona i -esima. Quindi, per ogni

⁸Persistente Eccitazione

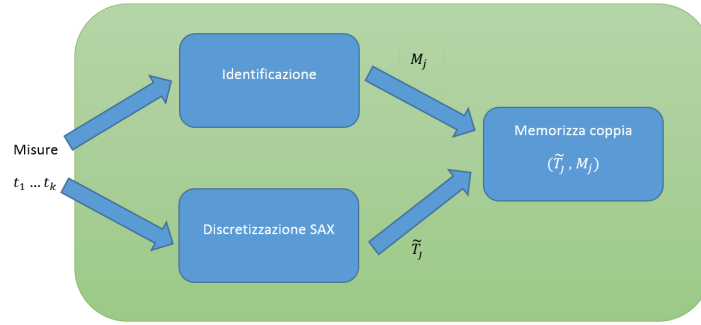


Figura 3.4.3: Flowchart dell'algoritmo di identificazione

zona, si procede a costruire le due classi di modelli, ON e OFF rappresentate dagli insiemi:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{i,ON} &= \{(M_{i,ON}, \tilde{T}_{i,ON})_j, j = 1..N_{days}\} \\ \mathcal{C}_{i,OFF} &= \{(M_{i,OFF}, \tilde{T}_{i,OFF})_j, j = 1..N_{days}\} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Questi insiemi, contengono per ogni zona le coppie $(M_{i,ON}, \tilde{T}_{i,ON})_j$ (oppure $(M_{i,OFF}, \tilde{T}_{i,OFF})_j$) che rappresentano il modello identificato al giorno j "etichettato" per mezzo della rappresentazione SAX della temperatura della zona i .

Prediction: Questa fase, utilizza le classi di modelli creati nella fase di learning per fare predizione del sistema cioè, si cerca di riuscire a stimare, in un limite temporale di qualche ora, l'evoluzione della temperatura all'interno delle N zone che compongono il modello. Per compiere questa fase possono esserci diverse strategie, come ad esempio cambiare modello se l'errore supera una certa quantità oppure reiniziare il modello a intervalli temporali fissi...in ogni caso verranno mostrate e confrontate nel capitolo successivo. Ciò che invece è comune a tutte queste strategie, è il metodo di selezione del modello migliore: brevemente ciò significa determinare N modelli dagli insiemi 3.19 per ricostruire un modello in forma di stato tipo RC.

Si introduce a tale scopo una funzione che restituisce il modello, la cui stringa SAX ha distanza minima con una serie $[t_1..t_k]$ secondo il criterio:

$$M_{min,i}([t_1..t_k]) = M_j \text{ dove } j = \arg \min_{\substack{j=1..d \\ (M_i, \tilde{T}_i) \in \mathcal{C}_i}} SAXdist(\tilde{T}_j, SAX[t_1..t_k]) \quad (3.20)$$

Per determinare il modello complessivo si procede in modo inverso a quanto descritto nella sezione 3.2 riguardante la regressione lineare, cioè si parte da una classe di modelli in forma di regressione $\{M_1, M_2, \dots, M_N\}$ e si ritorna al modello (RC) in forma di stato. Il punto focale è come determinare i modelli in forma di regressione: si procede semplicemente prendendo la classe di modelli:

$$\{M_{min,1}([t_1..t_k]_1), M_{min,2}([t_1..t_k]_2), \dots, M_{min,N}([t_1..t_k]_N)\}$$

cioè i modelli che riproducono fedelmente una serie temporale $[t_1..t_k]$ presa come riferimento. La serie di riferimento viene presa in modo che se l'istante temporale

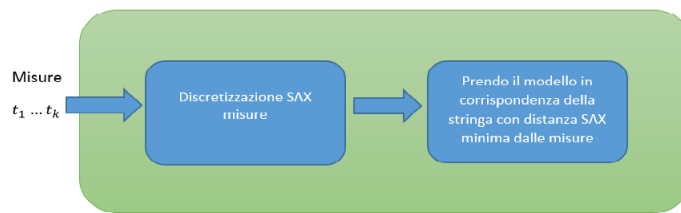


Figura 3.4.4: Flowchart dell'algoritmo di predizione

attuale è t_k , $[t_1, \dots, t_k]$ contiene i campioni passati della temperatura per un periodo di qualche ora; nel prossimo capitolo si vedrà che servono almeno sequenze di 4-5 ore e, in ogni caso, è una scelta che dipende dalle condizioni sperimentali.

Identificazione scuola Malo

In questo capitolo si vogliono innanzitutto mostrare i risultati sperimentali ottenuti dalle simulazioni dell'algoritmo descritto in precedenza su un campione di dati reali.

Verranno quindi mostrati, dopo una descrizione dell'edificio e dei problemi che si affrontano utilizzando dati reali, alcuni metodi di predizione basati su concetti diversi e in seguito ne verranno mostrate le prestazioni in termini di errore di predizione.

Indice

4.1	Descrizione ambiente	49
4.2	Dati misurati a disposizione	50
4.3	Parametri delle simulazioni	52
4.4	Identificazione di un modello: Caso 1	54
4.5	Identificazione di un modello: Caso 2	62

4.1 Descrizione ambiente

L'edificio di cui si dispongono i dati per fare l'identificazione di un modello termico è la scuola Rigotti di Malo(VI). In fig 4.1.2 è rappresentata la pianta del piano terra della scuola, dove evidenziate con una linea rossa sono rappresentate le stanze monitorate dai sensori, in cui sono presenti diversi uffici, un atrio, un auditorium e una mensa; si tratta quindi di ambienti con dimensioni e utilizzi diversi: si pensi ad esempio un atrio, il quale risente in maniera molto accentuata dell'effetto dovuto all'apertura e chiusura delle porte per permettere l'ingresso/uscita degli alunni oppure gli uffici i quali, avendo dimensioni ridotte, risentono maggiormente degli effetti dovuti ad

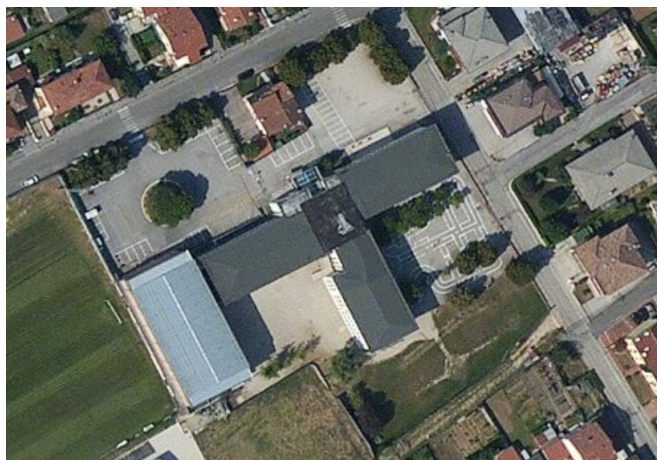


Figura 4.1.1: Scuola Rigotti vista dall'alto. Il Nord è in alto

una eventuale variazione del carico termico e di eventuali disturbi ma in genere, possiedono un carico termico quasi costante nell'arco della giornata.

All'interno della scuola, è stata creata una rete di sensori per permettere di misurare l'andamento della temperatura nell'arco di un certo intervallo temporale.. La rete, è formata da un insieme di sensori i quali campionano le temperatura all'interno di una stanza con un periodo costante pari a 5 minuti. Si osserva inoltre che, negli ambienti con dimensioni maggiori, in particolare auditorium e mensa, sono presenti un numero maggiore di sensori: questo comporterà che tali sensori possano assumere valori leggermente diversi dovuti al loro posizionamento, infatti, essi possono registrare un andamento leggermente diverso a seconda che siano in una parete adiacente con l'esterno invece che con una stanza interna, oppure c'è da considerare l'effetto dell'insolazione che chiaramente avrà effetti diversi a seconda dell'orientamento dell'edificio.

4.2 Dati misurati a disposizione

In questa sezione si vogliono fare alcune considerazioni sui dati raccolti. Tali dati sono stati raccolti in un periodo di tempo che va dal 8 Dicembre al 1 Aprile e di conseguenza ciò permette di poter valutare le differenze che si registrano tra periodi aventi temperature rigide tipiche dei periodi invernali e le temperature più miti tipiche dei giorni primaverili.

Di seguito vengono mostrate alcune differenze che si verificano negli andamenti di temperatura misurati in un periodo temporale così lungo. Si osservi la figura [4.2.1](#): questa figura rappresenta le temperature misurate nella medesima stanza in due diversi periodi temporali; la prima figura rappresenta la temperatura misurata in due giornate di fine gennaio quindi in pieno periodo invernale, mentre la seconda

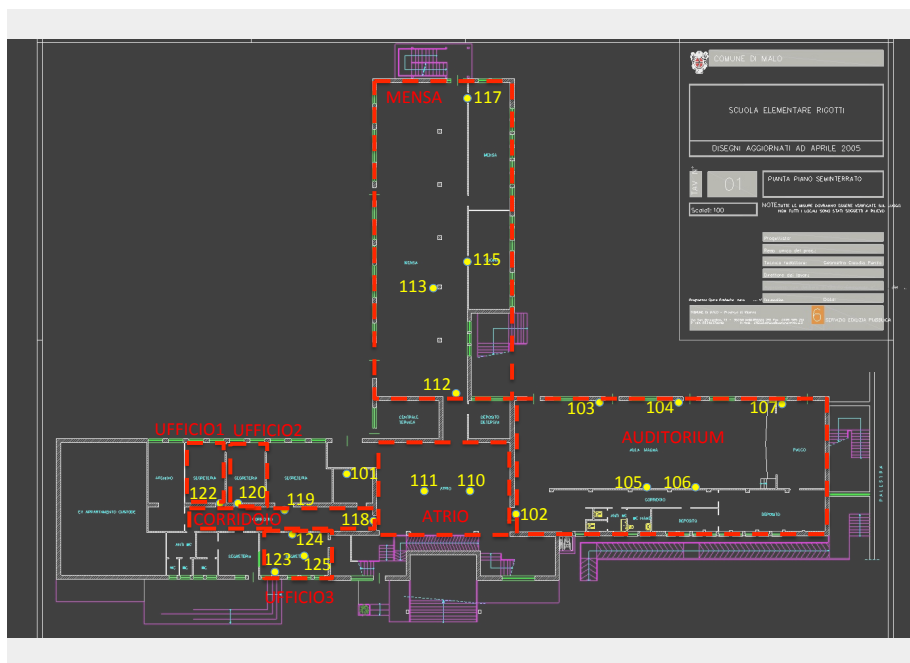


Figura 4.1.2: Pianta scuola Rigotti e posizionamento dei sensori.

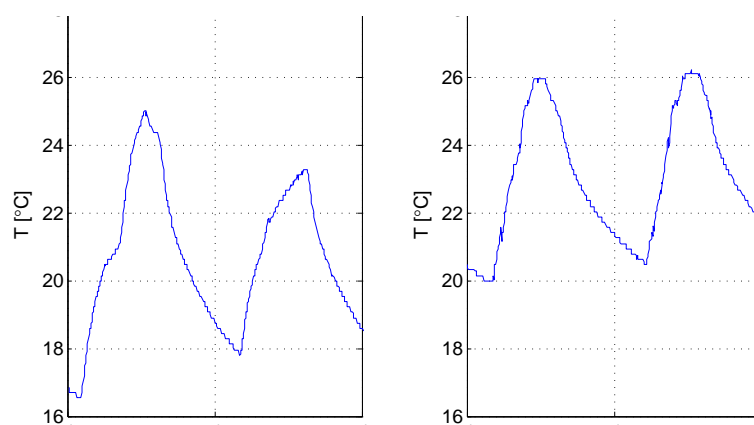


Figura 4.2.1: Confronto delle temperature di una stanza in fine gennaio e a metà marzo

in due giornate di metà marzo, giornate quindi con temperature più miti rispetto a gennaio; la media della temperatura dell'ambiente esterno risulta essere pari a 2.5°C nel primo caso e di 9°C nel secondo, mentre le fasi di riscaldamento hanno durata identica nei due casi presi in esame. Dal confronto, si nota in maniera immediata che l'effetto dell'aumento della temperatura esterna è che, nelle fasi senza riscaldamento acceso, la temperatura all'interno dell'edificio scende in maniera più lenta, e, in tale fase, tende ad assumere un valore finale più elevato rispetto al caso con temperatura più bassa; naturalmente, anche la temperatura media interna nell'arco di una giornata sarà più elevata.

La seconda considerazione è quella riguardante il carico termico, quest'ultimo, dal punto di vista del nostro scopo, cioè ottenere un modello termico dell'edificio, è probabilmente il fattore di disturbo più influente nel processo di identificazione, in quanto è soggetto a frequenti variazioni dovute a diversi fattori che possono agire durante l'arco una giornata. Un esempio può essere osservato nella figura 4.2.2, dove è stato riportato l'andamento della temperatura in una stanza nell'arco di due giorni lavorativi; si nota come nel secondo giorno la temperatura raggiunge valori inferiori al giorno precedente ed inoltre presenta alcune piccole variazioni dell'ordine di un grado circa durante le ore centrali della giornata che incidentalmente corrispondono anche alle ore dove c'è la presenza di personale all'interno della scuola.

Questi disturbi, possono essere dovuti ad una moltitudine di fattori diversi quali principalmente possono essere la variazione del numero di persone all'interno di una stanza oppure alla presenza di fonti di calore non previste come ad esempio apparecchiature elettroniche, e infine, alla variazione della resistenza termica tra due ambienti la quale si può ottenere in maniera molto semplice con l'apertura di un porta o finestra. Purtroppo la natura casuale di questi fenomeni rende molto difficile la previsione. Tali fenomeni possono manifestarsi in modo molto più evidente nel caso di un ambiente con variazioni elevate di resistenza termica con l'esterno come è il tipico caso di un atrio che viene usato per l'entrata e l'uscita dalla scuola: in figura 4.2.2 è rappresentata l'andamento tipico della temperatura all'interno dell'atrio della scuola. Si osserva la presenza di numerose variazioni molto marcate, nell'ordine di 5-6 °C in corrispondenza delle fasi di apertura e chiusura delle porte che comunicano con l'esterno; da come si potrà vedere nelle sezioni successive, questo comporta una difficile identificazione della parte del modello relativa a quell'ambiente. Infine, come ultima considerazione sui dati è necessario fare attenzione ai momenti in cui i sensori per qualche motivo smettono di registrare i dati in quanto portano errori molto evidenti in fase di identificazione.

4.3 Parametri delle simulazioni

Per la ripetibilità delle simulazioni è necessario fissare una volta per tutte alcuni parametri da cui poi andranno a dipendere i risultati; i parametri fissi del problema sono i seguenti:

- Dati considerati: dal 8 dicembre 2011 al 26 Marzo 2012;

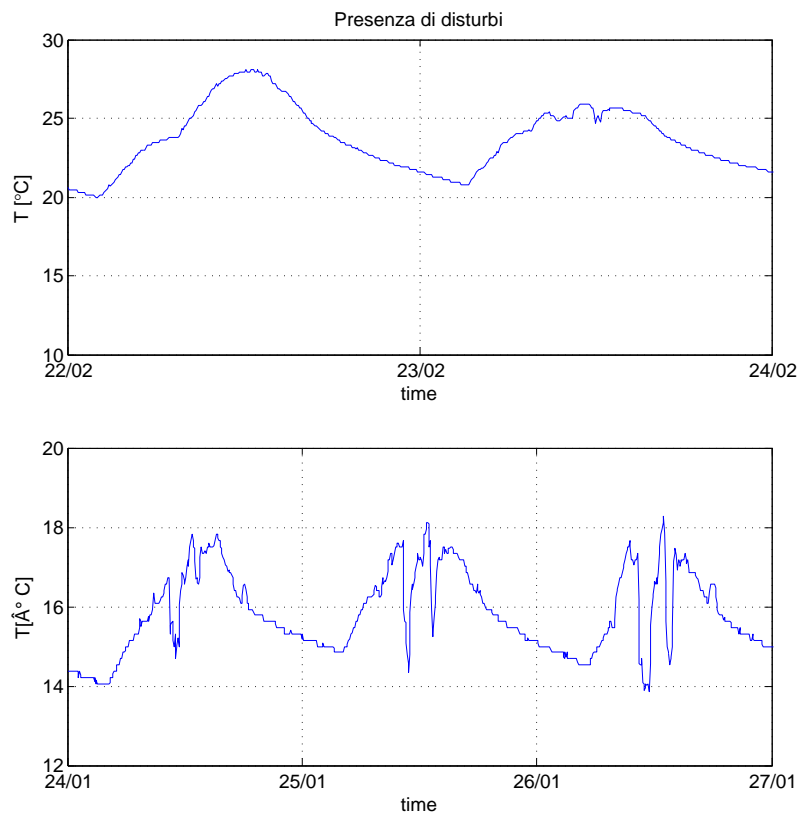


Figura 4.2.2: Effetto della variazione del carico termico/disturbi.

- Rete di sensori formata da 20 sensori di temperatura;
- Tempo di campionamento dei sensori di temperatura: $T_c = 5 \text{ min}$;
- 110 giorni con 288 campioni per giorno;

L'algoritmo di identificazione/predizione proposto è basato sulla scelta di alcuni parametri che ne influenzeranno il comportamento; nelle simulazioni successive, dove si mostrano i risultati ottenuti con questo algoritmo, si utilizzano i seguenti valori dei parametri, le cui variazioni saranno discusse in seguito:

- Normalizzazione: la serie temporale appartenente ad ogni sensore, per essere convertita in stringa SAX si è visto che deve essere prima normalizzata, in questo caso, si è normalizzato prendendo la media e varianza dell'intera serie temporale, quindi si tratta di una normalizzazione su base annuale/stagionale. Si osserva che in un caso reale, non si può calcolare la media e varianza di una serie di cui non si dispone ancora l'andamento, in quanto futuro, ma nulla vieta di utilizzare valori che non hanno nessuna relazione con la serie, cioè che

hanno lo stesso effetto di una normalizzazione, anche se non rappresentano media e varianza della serie, oppure, basarsi su dati di serie storiche cioè dati corrispondenti a periodi passati (ad es. l'anno precedente).

- Frame size: 4 campioni, corrispondenti quindi a 20 minuti;
- L'ingresso esogeno (il riscaldamento) è incognito, cioè si riesce a determinare solo i momenti nei quali è presente oppure non lo è, di conseguenza, nelle simulazioni viene posto pari a 1 se è presente, 0 altrimenti; in questo modo, sarà compito dell'algoritmo di identificazione a determinare il valore giusto del rate d'aumento della temperatura dovuto al riscaldamento.

Inoltre, si anticipa che i risultati in termini di medie e varianze d'errore sono calcolati togliendo la domenica dalle settimane prese in esame, in quanto non è possibile quasi mai riuscire a fare training di tali giorni, che presentano ogni volta un andamento diverso, e dove inoltre non si riesce a trovare una spiegazione plausibile su certi andamenti che si verificano in tali giorni.

4.4 Identificazione di un modello: Caso 1

In questa sezione si vuole mostrare, per iniziare, la costruzione di un modello termico di una piccola sezione della scuola rappresentata in figura 4.4.1, in essa si trovano, da come si può osservare, alcuni uffici uniti da un corridoio. In questo esempio semplice, si vuole quindi identificare una serie di modelli per i tre uffici e per il corridoio. **Saranno utilizzati i dati relativi ai sensori 122-120-119-123**, e di conseguenza, il grafo del sistema termico è quello rappresentato in figura 4.4.2; la struttura a livello di matrici del modello da identificare è stata costruita seguendo i criteri descritti nel capitolo precedente ed è di seguito rappresentata, con la solita convenzione che il simbolo * rappresenta un parametro da stimare:

$$\begin{bmatrix} T_{122}(t+1) \\ T_{120}(t+1) \\ T_{118}(t+1) \\ T_{123}(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & 0 \\ * & * & * & 0 \\ * & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{122}(t) \\ T_{120}(t) \\ T_{118}(t) \\ T_{123}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ext} \\ ing(t) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{T}(t+1) = \mathbf{AT}(t) + \mathbf{Bu}(t) \quad (4.2)$$

Si tratta quindi in tutto di 20 parametri da identificare; si può obiettare che in questo caso la matrice non è sparsa, ma questo è un caso particolare in quanto si modella una porzione piccola di edificio dove le stanze sono tutte molto vicine, infatti, si vedrà nel caso di studio successivo, che considerando una porzione più estesa della scuola, la matrice risulterà in seguito effettivamente sparsa.

Ci sono alcune considerazioni che possono essere discusse, senza iniziare le simulazioni sull'algoritmo ma basandosi solo sull'osservazione della disposizione dei sensori di temperatura e sugli andamenti misurati. Prendendo come riferimento la

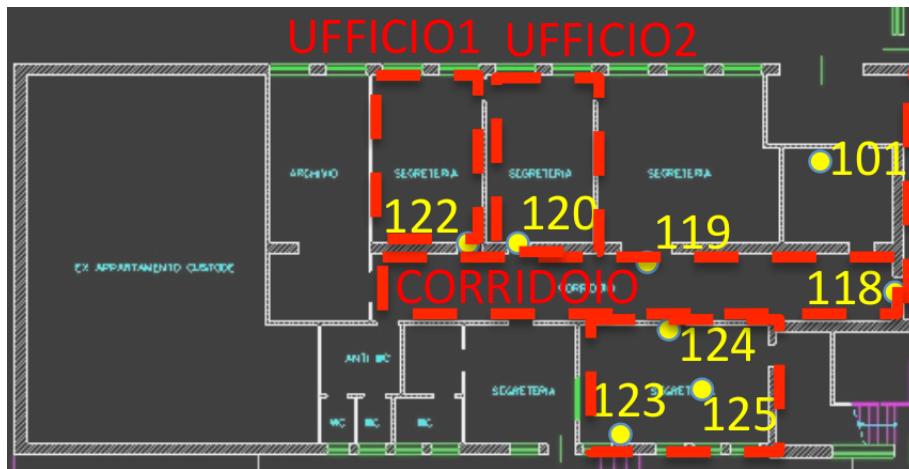


Figura 4.4.1: Effetto della variazione del carico termico.

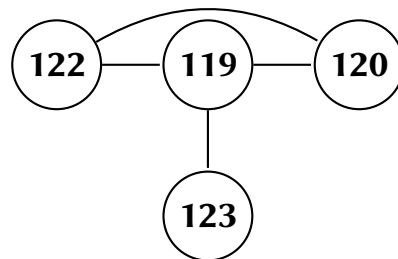


Figura 4.4.2: Rappresentazione grafica del sistema termico

figura 4.4.3, raffigurante l'andamento tipico della temperatura durante una settimana, si nota come in alcuni giorni, i sensori 122-120-119 abbiano lo stesso andamento mentre in altri giorni no, in particolare, si nota la presenza di disturbi che fanno assumere degli andamenti irregolari; in altri giorni invece accade che i sensori 122-120 misurino valori diversi, in particolare nella fase centrale della giornata, rispetto al 119: una possibile spiegazione *può* essere dedotta osservando la pianta in figura 4.4.1 dove si nota che il sensore 119 è all'interno del corridoio, mentre gli altri due sono subito all'interno degli uffici, e soprattutto, in corrispondenza della porta di ingresso in tali stanze; è lecito quindi poter dedurre che tali differenze potrebbero verificarsi quando ad esempio le porte restano chiuse, e di conseguenza, la temperatura all'interno delle stanze tende ad essere diversa da quella del corridoio¹; un'altra osservazione è che i tre sensori 122-120-119, possiedono quasi sempre un andamento molto simile fino all'incirca alle ore centrali della giornata e perciò, dato

¹Se i dati fossero stati presi in periodi dell'anno più caldi, allora probabilmente un'altra ipotesi può essere l'insolazione dato che sono stanze esposte a Sud; in questo esempio i dati sono presi a Gennaio e quindi l'insolazione è trascurabile.

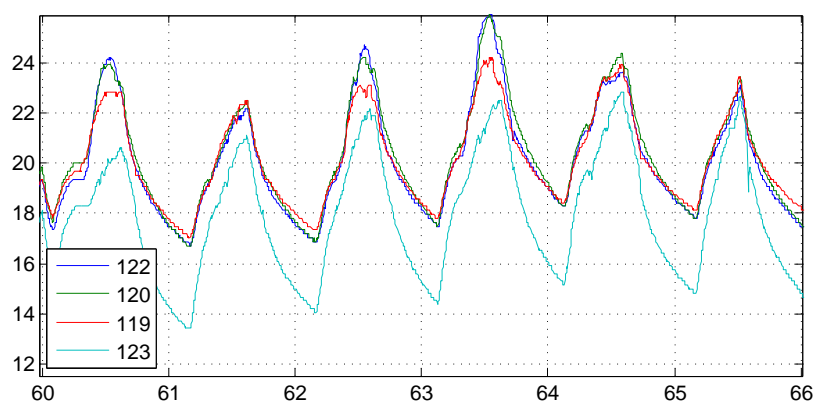


Figura 4.4.3: Andamento tipico della temperatura nelle stanze considerate.

che i momenti in cui i disturbi provocano andamenti diversificati, solitamente sono concentrati in una porzione breve della giornata, si può ipotizzare che tali andamenti siano difficilmente prevedibili dal nostro algoritmo di identificazione/predizione. Infine, per quanto riguarda il sensore 123, invece si ha che è posizionato ben all'interno della stanza e perciò si può affermare che possiede una inerzia maggiore rispetto agli altri sensori che sono molto più influenzabili da eventi esterni (porte).

A questo punto è giunto il momento di mostrare i risultati del nostro algoritmo; si vogliono mostrare i risultati ottenuti tramite tre diversi metodi per la predizione della temperatura, non si è scelto di utilizzarne uno in particolare in quanto essi hanno i loro pro e contro a seconda dell'ambito di utilizzo.

Predizione giornaliera:

Con predizione giornaliera si intende una strategia basata sulla reinizializzazione del modello² una volta al giorno ad un orario prefissato, oppure se si verifica un errore maggiore di una certa soglia, oppure ad un istante che può essere scelto in base alle esigenze dell'applicazione che è necessario implementare; si tratta quindi di predire la temperatura per un arco temporale di ventiquattro ore a partire dal momento in cui avviene la reinizializzazione e quindi, una scelta oculata di tale momento, consente di ottenere risultati migliori in termini di errore medio di predizione; infatti, se si sceglie di reinizializzare ad esempio nelle fasi iniziali della fase ON di un giorno, non si avranno dati a sufficienza per prevedere il modello migliore per tale giorno, viceversa, se si reinizializza in ore centrali di giornata, si ottengono generalmente risultati migliori in quanto si posseggono dati a sufficienza per discriminare i modelli identificati in precedenza. Di seguito si riportano i risultati di

²Con questo termine si intendono scelta del modello migliore in funzione dei dati passati e inizializzazione delle condizioni iniziali del sistema con le temperature vere.

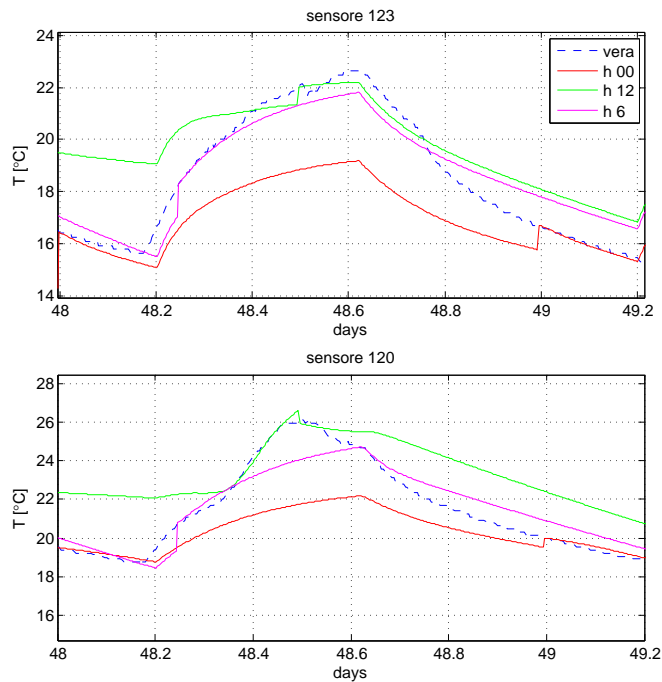


Figura 4.4.4: Andamento tipico della temperatura nelle stanze considerate.

due simulazioni, in figura 4.4.4 sono riportati i risultati ottenuti; essi rappresentano l'evoluzione, per due stati (gli altri due stati sono simili) del modello 4.1, utilizzando la strategia detta in precedenza, cioè reinizializzare il modello una volta al giorno e con il modello risultante, prevedere l'evoluzione della temperatura per un arco di 24 ore. Si osservano quindi, come era stato anticipato, due fatti:

- il primo, è basato sul fatto che le temperature in una stanza dipendono in maniera più o meno forte da quella delle stanze vicine (ad es. corridoio) e quindi, gli errori di predizione si propagano nelle stime delle temperature delle altre stanze; questo comporta che una predizione è generalmente buona per un intervallo di tempo limitato, solitamente dalle 4 alle 5 ore.
- La seconda osservazione, è come previsto, che l'istante in cui viene reinizializzato il modello, è di fondamentale importanza per poter prevedere quale sarà il modello migliore per un tale giorno; si può vedere anche ad occhio nudo, sulle figure, come una reinizializzazione eseguita dopo aver una serie lunga qualche ora di misure reali consenta di avere, per qualche ora, un andamento abbastanza fedele rispetto all'altro caso dove non si possiedono molte informazioni sulla giornata.

Volendo analizzare i risultati ottenuti da un punto di vista quantitativo, si introduce l'errore medio di predizione e la sua varianza, calcolati per ogni stato del modello su

$h_{pred}/\#_{sensore}$	e_{122}	e_{120}	e_{119}	e_{123}
h 00	1.2467	1.3430	1.4251	1.5937
h 06	1.3522	1.3973	1.2552	1.4423
h 12	1.5427	1.5765	1.4068	1.3058

Tabella 4.4.1: Errore medio della predizione su un periodo di 45 giorni

$h_{pred}/\#_{sensore}$	σ_{122}^2	σ_{120}^2	σ_{119}^2	σ_{123}^2
h 00	1.7939	2.2346	2.1660	3.1775
h 06	1.2265	1.2056	1.0012	1.7086
h 12	1.6231	1.6005	1.3193	1.3892

Tabella 4.4.2: Varianza dell'errore medio della predizione su un periodo di 45 giorni

una serie di M campioni. per un sensore i :

$$\bar{e}_i = \frac{1}{N} |T_i(t) - \hat{T}_i(t)| \quad (4.3)$$

$$\sigma^2 e_i = var(|T_i(t) - \hat{T}_i(t)|). \quad (4.4)$$

Nelle tabelle 4.4.1 e 4.2 sono riportati rispettivamente i valori di media e varianza dell'errore medio in modulo ottenute simulando l'algoritmo di identificazione e predizione per un periodo di 45 giorni, da cui sono stati tolti i giorni corrispondenti alla domenica per i motivi detti in precedenza nelle considerazioni sui dati. Si osserva, sorprendentemente che l'errore medio sembra abbastanza piccolo per tutti i tre diversi casi considerati ma ciò può portare in inganno: infatti, se si tiene come riferimento una temperatura di 20°C, un errore di 1°C porta in termini relativi un errore del 5% quindi un errore non proprio piccolo. Inoltre, sembrerebbe quasi che il modello che dal punto di vista delle figure 4.4.4 sembra essere peggiore, in termini di error medio sembra essere in linea con gli altri due; questo chiaramente non è vero in quanto, valutando le varianze di tali errori si apprende che il primo modello è quello che possiede varianze più elevate rispetto a tutti gli altri.

Predizione su un orizzonte temporale limitato

Una naturale evoluzione dell'algoritmo precedente, basato sulla reinizializzazione giornaliera, è quella di reinizializzare il modello più volte nel corso di una giornata, ad intervalli regolari e sempre in modo da avere rispettare la regola di "avere un po' di dati" per poter far in modo che la ricerca SAX dia risultati significativi. Si andrà quindi ad reinizializzare il modello ad un dato istante, e in seguito, con il modello

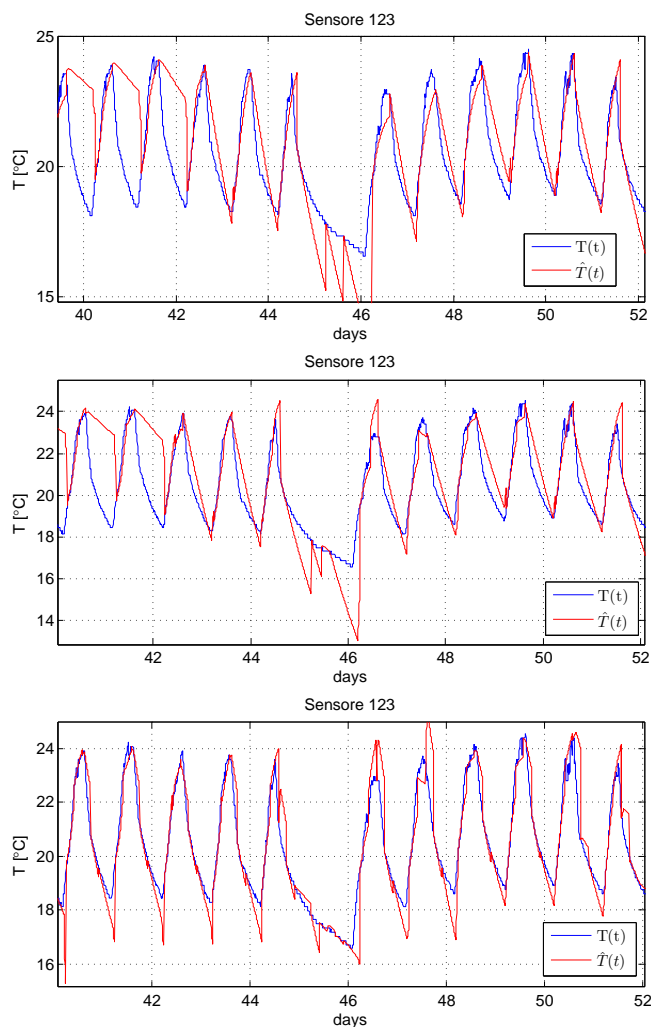


Figura 4.4.5: Risultato delle simulazioni per rispettivamente 2,3 e 5 reinizializzaioni.

risultante fare predizione fino alla reinizializzazione successiva.

Si partirà con la prima reinizializzazione della giornata alle ore 6, dato che da quanto visto nella sezione precedente, permette di avere dati a sufficienza per stimare correttamente un modello per la fase corrente; per valutare il comportamento di tale algoritmo, si procede valutando l'errore medio per un numero di reinizializzazioni da due a cinque. Nelle figure 4.4.5 sono riportati i risultati delle simulazioni per un numero di reinizializzazioni pari rispettivamente a 2,3 e 5 durante l'arco di una giornata.

Si osserva, come le predizioni migliorano man mano che aumenta il numero di reimpostazioni del modello; già da un primo esame visivo, si note che per un numero di reinizializzazioni pari a quattro o cinque, esse presentano andamenti nettamente

$h_{pred}/\#_{sensore}$	e_{122}	e_{120}	e_{119}	e_{123}
h 06-15	1.1081	1.0913	1.0269	0.9904
h 06-11-15	0.99109	0.97704	0.94086	0.8712
h 06-12-18-24	0.88967	0.87928	0.81299	0.91053
h 06 - 10 - 14 - 18 - 22	0.62997	0.60276	0.54266	0.69802

Tabella 4.4.3: Errore medio della predizione su un periodo di 95 giorni

$h_{pred}/\#_{sensore}$	σ_{122}^2	σ_{120}^2	σ_{119}^2	σ_{123}^2
h 06-15	1.7774	1.8948	1.7459	2.0641
h 06-11-15	1.6803	1.8451	1.7184	1.7203
h 06-12-18-24	0.80564	0.91868	0.79628	1.1304
h 06 - 10 - 14 - 18 - 22	0.47201	0.52163	0.43904	0.6891

Tabella 4.4.4: Varianza dell'errore medio della predizione su un periodo di 95 giorni

migliori rispetto a quelle del caso precedente. Tale fatto è particolarmente evidente se si considerano le medie e varianze d'errore delle previsioni, calcolate su un set di 95 giorni, quindi per un periodo di tempo abbastanza lungo corrispondente con tutta la stagione invernale; considerando quindi le tabelle 4.4.3 e 4.4 si notano, tranne per il primo caso, risultati nettamente migliori sia a livello di medie ma soprattutto a livello di varianze d'errore e in particolare, nell'ultimo caso, dove sono impiegate cinque reinizializzazioni del modello ad intervalli di cinque ore, gli errori commessi sono mediamente inferiori ad un grado e le varianze sono abbastanza piccole.

Fase di learning: I valori riportati in precedenza sono calcolati su un periodo di 95 giorni, comprendente al suo interno, ad esempio, le vacanze natalizie che da come è noto hanno una dinamica diversa dalle giornate normali; questo comporta l'avere un errore generalmente più alto in quel periodo in quanto le classi di modelli identificati precedentemente a tali giorni non vanno bene, o meglio, non rappresentano correttamente l'andamento della temperatura e quindi è necessario fare il *learning* di due tre giorni delle vacanze per poter avere all'interno delle classi di modelli dei modelli basati su tali giorni. Ciò ovviamente comporterà una fase di "transizione" dove le previsioni non saranno molto affidabili. Un esempio di tale fatto è riportato nella figura 4.4.6; si osserva che nel primo giorno di tale fase, non si riesce a predire in modo ottimale la temperatura in quanto il sistema di identificazione non ha mai potuto osservare giornate simili a questa mentre successivamente riesce a predire con un errore sotto il grado di temperatura il resto dei giorni.

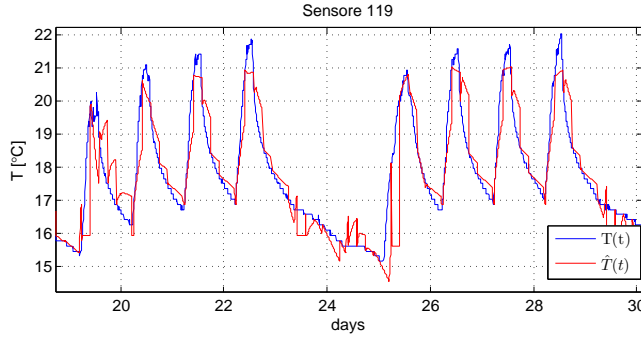


Figura 4.4.6: simulazione delle vacanze natalizie.

Predizione "best model"

Analizzando le due strategie descritte nelle sezioni precedenti, si è arrivati al risultato che un numero maggiore di reinizializzazioni comporta generalmente miglioramenti nelle predizioni, in particolare su errore medio e la sua varianza. Il passo più logico da compiere è basato sul seguente concetto: *avendo come obiettivo il voler fare la previsione di temperatura entro un certo limite temporale, invece che reinizializzare il modello a intervalli finiti e in seguito fare evolvere il sistema sfruttando solo le temperature predette, non sarebbe meglio utilizzare tutte le informazioni che si hanno in un dato momento.*

In altre parole, questa strategia si basa sul concetto di prendere, ogni volta che si ottiene un nuovo campione (ogni cinque minuti in questo caso), il miglior modello basato sui dati fino a quell'istante, e, con il modello appena trovato, fare la predizione per un certo numero di passi in avanti; detta in questo modo sembra che non ci siano differenze con i casi precedenti ma in realtà è profondamente diverso in quanto nei casi precedenti, si determinava un modello e si prediva per un orizzonte temporale finito l'andamento della temperatura con quello stesso modello, mentre in questo caso invece si fornisce la temperatura all'istante $t + h$ in base alle informazioni presenti all'istante t cioè abusando della notazione si può scrivere che in questo caso si predice la temperatura come:

$$\hat{T}(t + h) = \hat{E} [T(t + h) | T(t)] . \quad (4.5)$$

Senza voler riportare le figure per confrontare le predizioni con i risultati veri, si può analizzare dalle tabelle 4.4.5 e 4.6 che le prestazioni che si ottengono con questo approccio non sono buoni come quelli ottenuti con il metodo precedente, infatti, la predizione a quattro ore presenta errori che mediamente hanno sia media che varianza maggiori rispetto al caso preso in esame nella sezione precedente; una spiegazione a questo strano fatto può essere fornita nei seguenti punti:

- Un primo motivo può essere ricondotto alla presenza di disturbi, infatti, se si osserva l'andamento in una giornata qualunque si nota che la traiettoria a

$h_{pred}/\#_{sensore}$	e_{122}	e_{120}	e_{119}	e_{123}
h 4	1.1389	1.1375	1.0634	1.2288
h 5	1.1389	1.1375	1.0634	1.2288
h 7	1.3531	1.3768	1.315	1.4152
h 12	1.7233	1.7762	1.6338	1.7784

Tabella 4.4.5: Errore medio della predizione su un periodo di 95 giorni

$h_{pred}/\#_{sensore}$	σ_{122}^2	σ_{120}^2	σ_{119}^2	σ_{123}^2
h 4	0.96569	1.0651	1.0148	1.5868
h 5	0.96569	1.0651	1.0148	1.5868
h 7	1.3517	1.5168	1.4993	2.2075
h 12	2.1695	2.3352	2.3035	3.0626

Tabella 4.4.6: Varianza dell'errore medio della predizione su un periodo di 95 giorni

volte può essere decisamente disturbata cioè presentare piccole variazioni a distanza di qualche campione e di conseguenza ciò comporta che a sua volta anche la predizione ne sia influenzata pesantemente.

- in secondo luogo, c'è da considerare che quando si effettua la scelta del modello, ci sono delle situazioni, come ad esempio le fasi iniziali del riscaldamento, dove non si possiedono abbastanza dati passati per poter stimare un modello corretto per tale giorno. Una possibile soluzione può essere quella di considerare non più come nel nostro caso, le stringhe SAX separate per giorno e fase di riscaldamento, ma di considerarne una unica per tutta la serie temporale disponibile fino ad un dato giorno; questo però comporta notevoli problemi sia dal punto di vista computazionale che dal punto di vista della ricerca della stringa più vicina in se e quindi non verrà trattato in questo lavoro se non come possibile sviluppo futuro.

4.5 Identificazione di un modello: Caso 2

Avendo valutato che questo algoritmo porta ad ottenere risultati tutto sommato soddisfacenti, si vuole mostrare il suo comportamento in un caso decisamente più complesso come l'identificazione e predizione dell'intero piano terra della scuola

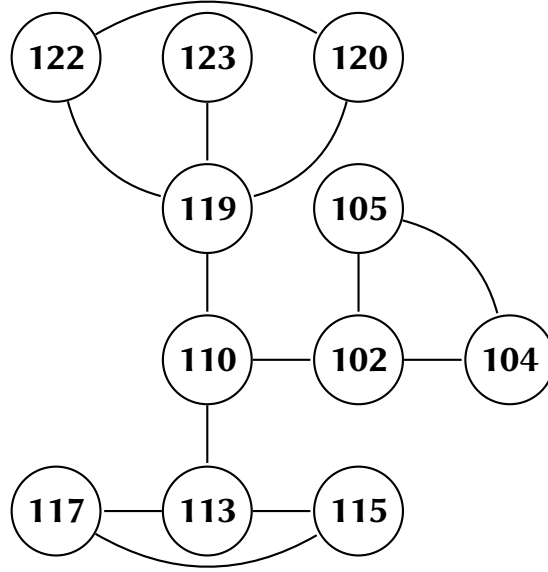


Figura 4.5.1: Grafo di comunicazione

cioè si utilizzano quasi tutti³ i sensori a disposizione. La disposizione dei sensori è quella della piantina in figura 4.1.2 ed i sensori utilizzati sono quelli aventi i numeri **122-120-119-123-110-102-105-104-113-117-115**. Il grafo con il quale è stato costruito il modello è rappresentato in figura: 4.5.1 Le matrici del sistema che verranno identificate sono le seguenti:

$$A = \begin{bmatrix} * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

si osserva, che a differenza di prima, poiché sono stati considerati un numero decisamente maggiore di sensori, la matrice di stato è effettivamente sparsa. Proseguendo

³In quanto alcuni hanno momenti in cui sono andati offline

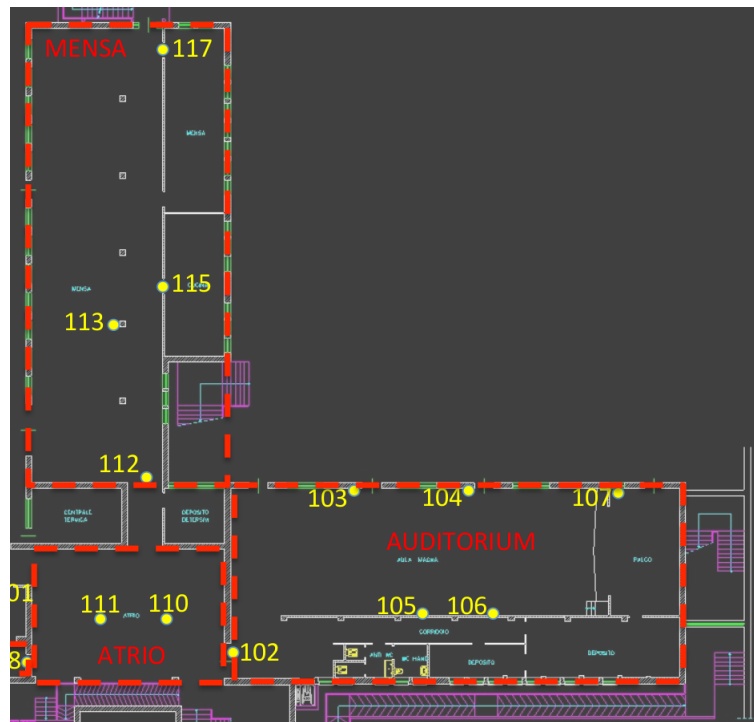


Figura 4.5.2: Parte di edificio aggiunta rispetto al caso precedente.

come per il caso precedente, si utilizza solamente l'algoritmo di predizione su orizzonte limitato dato che è quello che fornisce risultati migliori: Dalle tabelle 4.5.1 e 4.8 si osservano ancora, errori e varianze confrontabili con il caso precedente, in realtà, mentre per i sensori corrispondenti all'esempio precedente è ancora vero, per gli altri non più, infatti, se si procede a confrontare gli andamenti delle temperature predette con quelle reali, per alcuni sensori si verifica che la traiettoria della previsione non è accettabile, e in particolare, gli errori e le varianze restano piccole perché tali sensori presentano temperature che variano in un range più piccolo rispetto al caso precedente; un esempio è riportato in figura 4.5.3 dove è rappresentata la predizione a 4 ore. e' evidente che il comportamento della predizione è completamente errato ed il fatto che l'errore sia piccolo è solo un caso fortunato.

Una spiegazione di ciò è basata sul fatto che, la temperatura del sensore 105, posizionato all'interno dell'auditorium, è influenzata dalla temperatura all'interno dell'atrio di ingresso della scuola, che incidentalmente, possiede un andamento molto imprevedibile a causa delle continue aperture e chiusure degli ingressi⁴, inoltre, i parametri sono identificati in funzione delle temperature si degli altri sensori, ma anche dell'atrio, il quale è evidente avere un profilo di temperatura non replicabile per mezzo di un modello lineare; di conseguenza, quando si andrà a predire la

⁴Si veda la figura 4.2.2 per un esempio

$h_{pred}/\#_{sensore}$	e_{122}	e_{120}	e_{119}	e_{123}	e_{110}	e_{102}
h 06-15	1.1208	1.1753	1.0779	1.1067	1.0245	1.7395
h 06-12-18-24	0.77245	0.77535	0.91841	0.88439	0.94738	1.0668
h 06 - 10 - 14 - 18 - 22	0.61344	0.6034	0.53813	0.68623	0.55095	0.6805
$h_{pred}/\#_{sensore}$	e_{105}	e_{104}	e_{113}	e_{117}	e_{115}	
h 06-15	1.57	1.5042	1.7915	2.4683	1.9513	
h 06-12-18-24	0.88809	1.0023	1.0186	1.4823	1.2118	
h 06 - 10 - 14 - 18 - 22	0.60449	0.76909	0.66297	1.0346	0.85496	

Tabella 4.5.1: Errore medio della predizione su un periodo di 95 giorni

$h_{pred}/\#_{sensore}$	σ_{122}^2	σ_{120}^2	σ_{119}^2	σ_{123}^2	σ_{110}^2	σ_{102}^2
h 06-15	1.2711	1.3073	1.0451	1.0994	0.95454	1.2839
h 06-12-18-24	0.89015	0.91897	0.5743	0.79456	0.91566	0.63431
h 06 - 10 - 14 - 18 - 22	0.61577	0.5587	0.40563	0.46044	0.94609	0.40218
$h_{pred}/\#_{sensore}$	σ_{105}^2	σ_{104}^2	σ_{113}^2	σ_{117}^2	σ_{115}^2	
h 06-15	1.3618	1.543	2.0126	3.5982	1.8576	
h 06-12-18-24	0.5362	0.743	0.71155	1.832	0.9407	
h 06 - 10 - 14 - 18 - 22	0.69419	0.71344	0.68681	0.82761	0.6829	

Tabella 4.5.2: Varianza dell'errore medio della predizione su un periodo di 95 giorni

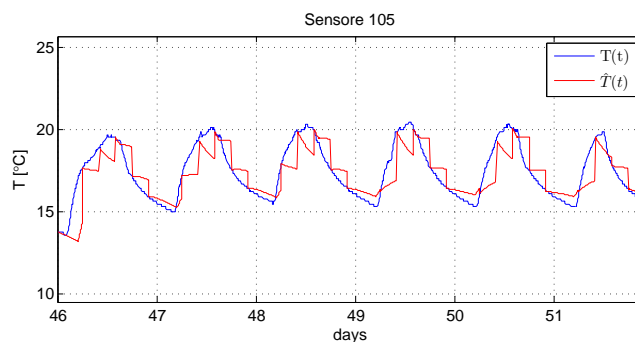


Figura 4.5.3: Esempio di predizione con andamento non accettabile.

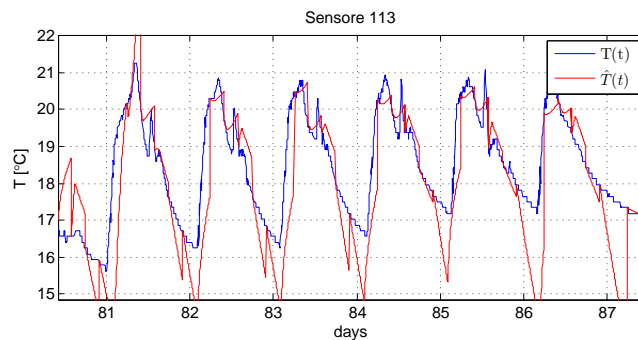


Figura 4.5.4: Esempio di predizione con andamento non accettabile.

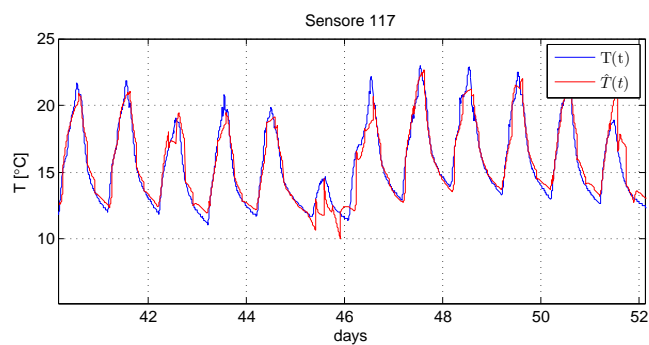


Figura 4.5.5: Esempio di predizione accettabile.

temperatura dell'atrio, certamente si commetterà un errore non trascurabile che, a maggior ragione, inevitabilmente si ripercuoterà sulle predizioni degli altri sensori.

Un altro ambiente problematico è evidentemente la mensa in quanto sono presenti numerosi disturbi dovuti alla variazione di carico termico, basta pensare al via vai di un numero elevato di persone durante i pasti, anche questi disturbi sono ovviamente molto difficili da quantificare in quanto non si possiedono informazioni aggiuntive che possano in qualche modo aiutarne la previsione e quantificazione. Un esempio di tale fatto è riportato in figura 4.5.4. Per quanto riguarda gli altri sensori, invece, si riportano andamenti più che accettabili, confrontabili con il caso 1, di cui si riporta un esempio in figura 4.5.5

Conclusioni e sviluppi futuri

In questo capitolo si vogliono fare alcune considerazioni dopo aver visto i risultati delle simulazioni; oltre a ciò viene presentato una possibile estensione nel caso si voglia utilizzare un sistema distribuito ed infine vengono svolte le opportune conclusioni di tutto questo percorso.

Indice

5.1	Considerazioni sui risultati	67
5.2	Estensione ad un approccio di tipo distribuito	69
5.3	Conclusioni	70
5.4	Sviluppi futuri	71

5.1 Considerazioni sui risultati

Analisi dei modelli ottenuti: Fino ad ora non si è mai mostrato il risultato numerico dell'identificazione di un modello; si prende quindi in considerazione uno dei modelli identificati nell'esempio 1 studiato in precedenza:

$$M_{ON, 122} : T_{122}(t+1) = \begin{bmatrix} 0.88 & 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ext}t \\ u(t) \end{bmatrix}$$

$$M_{OFF, 122} : T_{122}(t+1) = \begin{bmatrix} 0.73 & 0.06 & 0.21 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ext}t \\ u(t) \end{bmatrix}$$

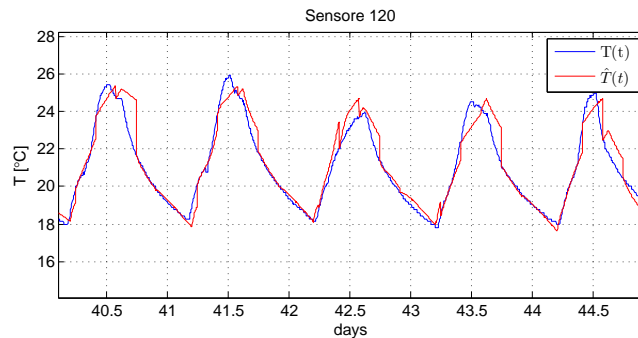


Figura 5.1.1: Esempio di disturbo prevedibile.

Si possono effettuare due osservazioni: la prima è che, probabilmente, a causa della non sufficiente eccitazione, si ha il modello ON che ha una bassa dipendenza dalle temperature delle altre zone in quanto il termine "dominante" è quello dovuto al riscaldamento; viceversa, nel modello OFF, si riescono a notare maggiormente i contributi dovuti alle altre zone. In entrambi i casi, non compare un contributo dovuto alla temperatura esterna, probabilmente perchè bisognerebbe fare identificazione per un periodo di tempo più lungo di qualche ora (almeno qualche giorno), ma ciò, da come visto nei capitoli precedenti non consente di identificare modelli corretti a causa di diversi fattori¹. Un'altra osservazione è che i modelli identificati sono coerenti con il modello RC, infatti le colonne sommano circa a 1.

Effetto della presenza dei disturbi: I disturbi presenti all'interno della scuola, si osserva che possono essere classificati in due classi: un tipo è un disturbo prevedibile, cioè un tipo di disturbo che è nonostante la sua entità non sia per niente trascurabile, può essere predetto in quanto la sua dinamica viene *inglobata* all'interno del modello lineare; un tipico esempio di ciò è quello che si verifica all'interno delle stanze contrassegnate con i sensori 122-120, di cui un esempio è presente in figura 5.1.1 dove si osserva che l'effetto del disturbo è quello di variare l'ampiezza del picco raggiunto dalla temperatura e tale effetto può venire predetto in quanto il disturbo è tale, oltre che ad essere rappresentabile per mezzo di un sistema lineare, da ripetersi nel tempo e quindi è probabile che sia già stato identificato nelle fasi di learning precedenti.

Viceversa esistono disturbi come quelli presenti in mensa o nell'atrio, dovuti essenzialmente a variazioni di carico termico (flusso di persone) oppure a variazioni di resistenza termica tra due zone (apertura di porte e finestre) che non sono per niente prevedibili, e quindi, quando si verificano fanno inevitabilmente in modo di impedire una corretta predizione della temperatura.

Costo computazionale: Dal punto di vista computazionale sembra che l'algoritmo sia piuttosto complesso, in realtà, tenendo conto del fatto che in ogni giornata

¹Si veda il capitolo relativo all'UKF

ci sono $2N^2$ operazioni di identificazione, che incidentalmente sono quelle più onerose dal punto di vista computazionale, e viste le costanti di tempo del sistema che sono particolarmente elevate, si intuisce come ciò non corrisponde ad un problema.

5.2 Estensione ad un approccio di tipo distribuito

Il nostro algoritmo di identificazione/predizione per come è stato costruito, è facilmente convertibile in modo da essere usato in un sistema distribuito. In questo caso, ovviamente i sensori di temperatura devono avere una qualche capacità di calcolo e di comunicazione in più in modo da permettere l'esecuzione di qualche algoritmo al loro interno. L'algoritmo distribuito sarà basato sui seguenti task che andranno eseguiti su ogni sensore:

- *Learning*: La fase di learning, cioè la fase dove si devono costruire le classi di modelli per ogni nodo, può essere benissimo svolta autonomamente da ogni sensore, in questo modo quindi ogni sensore memorizza solo ed esclusivamente la classe di modelli per la propria zona e per costruirla bastano solo le misure di temperatura che esso stesso misura, in modo da trasformarle in stringa SAX.
- *Identificazione*: Ogni sensore, in questo caso dovrà identificare il modello termico da inserire nella propria classe che si è creato; si tratta di un modello in forma di regressione tipo 3.5. Per far questo ha bisogno di due ingredienti fondamentali: le misure degli altri sensori e la struttura del modello.

Per quanto riguarda le misure degli altri sensori, basta che ad esempio alla fine della giornata, dato che la procedura di identificazione di un nuovo modello viene svolta due volte al giorno, una per modello ON e una per il modello OFF, basta che tutti i sensori si scambino le misure; tale operazione, dato che viene svolta una volta al giorno, non è per niente onerosa dal punto di vista del numero di comunicazioni, infatti si tratta solo di 288 campioni.

La costruzione della struttura del modello invece è fondamentale per permettere una corretta identificazione dei parametri. Al fine di costruire la struttura del modello, si possono scegliere due strade fondamentalmente: La prima è semplicemente quella di "istruire" i sensori a priori sulla struttura del modello, il che da come si è visto nei capitoli precedenti può essere svolto solo con l'ausilio della pianta dell'edificio e della disposizione dei sensori; un metodo decisamente più raffinato ma che d'altra parte complica a livello algoritmico il tutto è basato sulla costruzione di un cosiddetto *gaussian graphical model*, cioè in altre parole si tratta di andare ad identificare il grafo di comunicazione a partire dalle misure degli altri sensori. Un esempio di tale algoritmo è descritto, seppure in versione centralizzata, si trova in [4] che consente di ottenere il grafo del modello comprensivo anche degli archi dovuti alla convezione di

²N è il numero di zone considerate ovvero il numero di stati del sistema termico.

calore che non è mai stata considerata nei nostri esempi. Per la versione distribuita, si può adattare uno dei tanti metodi di *topology identification* a partire da misure che sono stati costruiti per identificare reti elettriche.

- *Predizione*: La fase di predizione, avendo per ogni sensore, il modello in forma di regressione è semplicemente basata sul fatto che ogni sensore si calcola la previsione della propria zona e in seguito la scambia con i suoi vicini e quindi in questo modo si ottengono le previsioni dell'intero sistema.
- *Protocollo di comunicazione*: Il protocollo di comunicazione in questo algoritmo può essere ad esempio il seguente: Per quanto riguarda la costruzione del modello, in tal caso è opportuno che sia tipo broadcast, cioè un protocollo dove quando un sensore invia qualcosa, lo invia a tutti, mentre per le predizioni ed identificazione del modello, basta un protocollo tipo gossip.

5.3 Conclusioni

Giunti a questo momento è opportuno trarre le opportune conclusioni su quanto visto in questo lavoro:

Inizialmente è stato pensato, allo scopo di identificare un modello termico per un edificio, l'utilizzo di un filtro di Kalman unscented; questa strategia però non ha portato ad ottenere risultati apprezzabili a causa di problemi basati sul fatto di non avere una sufficiente eccitazione del sistema. Successivamente quindi è stato deciso di cambiare completamente approccio al problema, basato non più sull'identificazione di un modello ma sull'identificazione di una classe di modelli in modo da poter andare in seguito ad utilizzare quello che più si adatta alle condizioni del momento.

Per la fase di learning si è scelto di basare il tutto sulla rappresentazione SAX, ed in particolare sulla ricerca della stringa più "vicina" per scegliere il modello corretto per la predizione; tale scelta, si è rivelata essere una buona idea in quanto è estremamente efficiente dal punto di vista computazionale, oltre che riuscire a discriminare correttamente modelli buoni da modelli meno buoni per predizione; d'altro canto però, la strategia implementata per la ricerca non si è rivelata molto efficace se non si possiede una buona base di misure in quanto, in tal caso, non riesce a discriminare ottimamente i modelli.

L'identificazione vera e propria dei modelli invece è stata implementata per mezzo di tecniche basate sulla regressione lineare e minimizzazione dell'errore di predizione; nel nostro caso questa tecnica ha il vantaggio di essere molto semplice e funzionale per predire la temperatura per periodi di tempo lunghi 4-5 ore. L'altro lato della medaglia è che, per come sono stati identificati i modelli, è stata trascurata la presenza di dipendenza tra i regressori del modello; questo ha comportato che le predizioni non siano buone in presenza di disturbi non lineari che modifichino in maniera evidente la temperatura.

Per quanto riguarda lo scopo di tutto questo lavoro cioè la predizione della temperatura per un periodo di tempo limitato a qualche ora, sono stati presentati essen-

zialmente due metodologie: la prima è basata sulla reinizializzazione del modello ad intervalli di tempo di cinque o più ore, la seconda invece sulla predizione, ad ogni nuovo campione all'istante t , della temperatura ad un istante di tempo $t + k$ utilizzando il miglior modello con i dati misurati fino all'istante t ; il primo è sia dal punto di vista computazionale che dal punto di vista dei risultati il migliore, questo perché facendo la predizione per un certo periodo di tempo in avanti, in un certo senso non si considerano più i disturbi, mentre nell'altro caso i disturbi vengono considerati e quindi fanno degradare le prestazioni; inoltre è decisamente più oneroso dal punto di vista computazionale in quanto ad ogni nuovo campione è necessario determinare il modello migliore e predire fino ad k passi in avanti.

5.4 Sviluppi futuri

In ultimo si vuole evidenziare le aree in cui, in un eventuale futuro, si potrà agire per ottenere miglioramenti sulle predizioni, sia dal punto di vista degli errori che dal punto di vista del limite di tempo in cui esse presentino errori accettabili.

Come primo passo è necessario utilizzare metodi decisamente più sofisticati per identificare il modello (ad esempio subspace identification), modelli che eventualmente dovranno utilizzare un approccio probabilistico anche se ciò da un altro punto di vista è equivalente a dover trovare qualche informazione a priori sul valore dei parametri e non è detto che sia sempre possibile averne, come del resto è così in questo lavoro. Chiaramente per avere un modello migliore è necessario anche considerare nella struttura del modello la presenza di fenomeni dovuti alla convezione, la cui presenza si può identificare seguendo il metodo accennato nella sezione riguardante l'estensione al caso distribuito.

In seguito anche la ricerca del modello può essere raffinata introducendo una ricerca della stringa più vicina non più sulla singola fase, ON o OFF, della giornata, ma sulla stringa complessiva ottenuta da tutte le misure dal primo giorno in cui si è iniziata la fase di learning; tale ricerca consisterebbe nel trovare all'interno di una stringa molto lunga, la più vicina, in termini di distanza SAX, stringa che approssima la stringa dei dati da ricercare; si osservi che non c'è una dimensione fissa della stringa da trovare. Tale compito è computazionalmente molto oneroso ed è una questione che risulta ancora aperta negli ambiti di ricerca.

E' necessario inoltre introdurre qualche strumento che consenta di prevedere, se possibile, oppure mitigare l'effetto dei disturbi che da come si è visto nel capitolo relativo alle simulazioni non consente di avere predizioni buone in quanto non si riescono a stimare se essi hanno comportamenti fortemente non lineari, questo è possibile per mezzo di un'identificazione dei carichi passivi, dovuti ad esempio a persone e strumentazione, una volta noto l'ingresso forzante del sistema (riscaldamento o rinfrescamento).

Da qui, il problema da affrontare rimane quello del controllo...

Bibliografia

- [1] Anil Aswani, Neal Master, Jay Taneja, Virginia Smith, Andrew Krioukov, David Culler, and Claire Tomlin. Identifying models of hvac systems using semiparametric regression. In *American Control Conference (ACC)*, 2012, pages 3675–3680. IEEE, 2012.
- [2] Francesco Carbone. Ricerca di anomalie su serie temporali di temperature basata su rappresentazione simbolica. 2014.
- [3] Kun Deng, Prabir Barooah, Prashant G Mehta, and Sean P Meyn. Building thermal model reduction via aggregation of states. In *American Control Conference (ACC)*, 2010, pages 5118–5123. IEEE, 2010.
- [4] Siddharth Goyal, Chenda Liao, and Prabir Barooah. Identification of multi-zone building thermal interaction model from data. In *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, 2011 50th IEEE Conference on, pages 181–186. IEEE, 2011.
- [5] Eamonn Keogh, Jessica Lin, and Ada Fu. Hot sax: Efficiently finding the most unusual time series subsequence. In *Data mining, fifth IEEE international conference on*, pages 8–pp. IEEE, 2005.
- [6] Jingran Ma, S Joe Qin, and Timothy Salsbury. Model predictive control of building energy systems with balanced model reduction. In *American Control Conference (ACC)*, 2012, pages 3681–3686. IEEE, 2012.
- [7] Giorgio Picci. *Filtraggio statistico: Wiener, Levinson, Kalman e applicazioni*. Libreria Progetto, 2002.
- [8] Peter Radecki and Brandon Hancey. Online building thermal parameter estimation via unscented kalman filtering. In *American Control Conference (ACC)*, 2012, pages 3056–3062. IEEE, 2012.
- [9] American Physics society. *Energy = Future, Think efficiency*. APS, 2008.
- [10] Rudolph Van Der Merwe and Eric A Wan. The square-root unscented kalman filter for state and parameter-estimation. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2001. Proceedings.(ICASSP'01). 2001 IEEE International Conference on*, volume 6, pages 3461–3464. IEEE, 2001.

- [11] Eric A Wan and Rudolph Van Der Merwe. The unscented kalman filter for nonlinear estimation. In *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000. AS-SPCC. The IEEE 2000*, pages 153–158. IEEE, 2000.